

Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Gruppen und Symmetrien

Übungsblatt 9

Abgabe bis 12 Uhr am **14. Dezember 2017** im Postfach Ihres Tutors oder direkt vor der Vorlesung in X-E0-222.

Begründen Sie alle Ihre Antworten.

Aufgabe 1 (Keine Abgabe - Besprechung am 11., 12. und 13. Dezember).

Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ nicht zyklisch ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Es seien (G, \star) und (H, \diamond) Gruppen. Zeigen Sie: Wenn $G \times H$ eine zyklische Gruppe ist, dann sind auch G und H zyklische Gruppen.

Aufgabe 3. (2+3 Punkte)

(i) Überprüfen Sie, ob $\mathbb{Z}_4 \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

(ii) Überprüfen Sie, ob $S_3 \cong \mathbb{Z}_2 \times A_3$.

Aufgabe 4 (3 Punkte). Sei (G, \star) eine Gruppe mit $|G| = 2n$ für ein $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass es in G eine ungerade Anzahl von Elementen der Ordnung 2 gibt.

Tipp. Zeigen Sie zunächst, dass $\text{ord}(g) \leq 2 \Leftrightarrow g = g^{-1}$.