ÜBUNGSBLATT 1

Aufgabe 1. Zeigen Sie folgende Behauptung mit vollständiger Induktion:
Ist $x \in \mathbb{R}$ eine nicht-negative reelle Zahl und $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Dann gilt:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n \cdot (n-1)}{2} x^2.$$

Aufgabe 2. Sei $q \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl. Zeigen Sie durch Nachrechnen, dass

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = \begin{cases} \frac{q^{n+1}-1}{q-1}, & \text{falls } q \neq 1 \\ n+1, & \text{falls } q = 1 \end{cases}$$

gilt.

Hinweis: Falls $q \neq 1$ ist, kann man auch das $(q-1)$-Fache der Summe links berechnen und anschließend durch $q-1$ teilen. Nutzen Sie dabei aus, dass $q^0 = 1$ für alle $q \in \mathbb{R}$ gilt!

Aufgabe 3. Gegeben sei die Menge $M = \{0,1\}$. Wir definieren eine Addition $\oplus : M \times M \to M$ und eine Multiplikation $\odot : M \times M \to M$ auf M durch folgende Vorschriften:

- $0 \oplus 0 = 0$
- $0 \oplus 1 = 1$
- $1 \oplus 0 = 1$
- $1 \oplus 1 = 0$
- $0 \odot 0 = 0$
- $0 \odot 1 = 0$
- $1 \odot 0 = 0$
- $1 \odot 1 = 1$

Zeigen Sie, dass M mit der gegebenen Addition $\oplus$ und Multiplikation $\odot$ ein Körper ist!

(Nachzurechnen sind also die Bedingungen, die in der Vorlesung als (A1), (A2), (A3), (A4), (M1), (M2), (M3), (M4) und (D) bezeichnet wurden, wobei dann statt der Elemente aus $\mathbb{R}$ Elemente aus M einzusetzen sind und wie oben „gerechnet“ wird.)

(Bitte wenden!)

Hier noch einige *Informationen zur Vorlesung und den Übungen*:

Pro Woche werden (in der Regel) drei Übungsaufgaben gestellt, die von den Tutoren korrigiert und mit Punkten versehen werden. Die Lösungen der Aufgaben sind jeweils bis zum folgenden Freitag, 10.50 Uhr (auf DIN-A4-Blättern und mit Namen versehen) in das Postfach des jeweiligen Tutors zu werfen. Die Übungen dürfen in einzeln, in Zweier- oder ggf. Dreiergruppen abgegeben werden, wobei bei Gruppenabgabe erwartet wird, dass *jeder* bereit ist, alle Aufgaben – nicht nur die selbst aufgeschriebenen – im Tutorium vorzurechnen und zu erläutern.

Am Ende des Semesters wird es eine Klausur geben, und es finden mündliche Prüfungen für diejenigen statt, die im Rahmen ihres Studiums noch eine solche abzulegen haben. Zulassungsvoraussetzung für beide Prüfungsarten ist die *Bearbeitung aller Übungsaufgaben*, wobei *mindestens die Hälfte davon richtig gelöst* sein sollte.

Die Homepage zur Vorlesung, den Tutorien und den Präsenzübungen mit aktuellen Informationen ist unter

`http://www.math.uni-bielefeld.de/~aholtman/analysis.html`

zu finden.
