ÜBUNGSBLATT 8

Aufgabe 1.

- Bestimmen Sie die Untergruppe H der symmetrischen Gruppe S_3, die durch das Element $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_3$ erzeugt wird.
- Zeigen Sie, dass die Untergruppe H ein Normalteiler in S_3 ist!
- Bestimmen Sie die Untergruppe K der symmetrischen Gruppe S_3, die durch das Element $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in S_3$ erzeugt wird.
- Zeigen Sie, dass die Untergruppe K *kein* Normalteiler in S_3 ist!

Aufgabe 2.

- Gegeben sei die Diedergruppe D_3 eines regelmäßigen Dreiecks. Zeigen Sie, dass D_3 isomorph zur symmetrischen Gruppe S_3 ist!
- Beschreiben Sie alle Drehachsen eines Würfels, die ihn in sich überführen! Geben Sie die möglichen Drehwinkel um die Achsen an! Zeigen Sie, dass die Drehgruppe eines Würfels Untergruppen der Ordnungen 2, 3 bzw. 4 hat, die zu C_2, C_3 bzw. C_4 isomorph sind!

Aufgabe 3.

- Gegeben sei eine Gruppe $(G, *)$ mit zwei Untergruppen H und K. Zeigen Sie:

  Sind H und K Normalteiler von G, so ist auch $H * K := \{h * k \mid h \in H,\ k \in K\}$ ein Normalteiler von G.
- Gegeben seien ein Gruppenhomomorphismus $f : G \to H$ und ein Normalteiler N in H. Zeigen Sie, dass dann $f^{-1}(N) := \{g \in G \mid f(g) \in N\}$ ein Normalteiler in G ist!
- Gegeben seien ein Gruppenepimorphismus $p : G \to H$ und ein Normalteiler K in G. Zeigen Sie, dass dann $p(K)$ ein Normalteiler in H ist!

Späteste Abgabe: Fr, 12.6.2009, 10.50 Uhr

Angela Holtmann