Übungen zur Vorlesung
Praktische Mathematik für Medieninformatiker
Sommersemester 2015

PD Dr. Thorsten Hüls

Übungsblatt 8
3.6.2015

Abgabe: Mittwoch, 10.6.2015, 10:00 Uhr in V3-128, Postfach 180
Tutor: Julius Hülsmann, E-Mail: jhuelsma@math.uni-bielefeld.de

Aufgabe 22:

Gegeben seien

$$F\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}u+v\\v^2\\u^2v\end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&2\\1&0&2\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \bar{x} = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}.$$

(a) Zeichnen Sie die Fläche $M = \left\{F\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix} : -2 \le u, v \le 2\right\}$ mit Scilab.

(b) Berechnen Sie einen Normalenvektor im Punkt $\bar{x}$ an die Fläche M.

(c) Geben Sie eine möglichst einfache Darstellung der Fläche

$$A \cdot M := \{Ax : x \in M\} \text{ an.}$$

(d) Zeichnen Sie $A \cdot M$ mit Scilab.

(e) Berechnen Sie einen Normalenvektor im Punkt $A\bar{x}$ an die Fläche $A \cdot M$.

(10 Punkte)

Aufgabe 23 (Überblick über Kapitel 3):

(1) Sei $F(x) = \begin{pmatrix}e^{2x}\\x\cdot\cos(x^2)\end{pmatrix}$, berechnen Sie $\frac{\partial F}{\partial x}(x)$.

(2) Sei $F\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix} = \cos(x_1^2 + x_2 \cdot e^{2x_2})$, berechnen Sie $\nabla F\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$.

(3) Sei $F\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos(x_1+x_2)\\\sin(x_1\cdot x_2)\end{pmatrix}$, berechnen Sie die Jacobi-Matrix $DF\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$.

(4) Sei $F\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}v\cdot\sin(u)\\v^2+\sin(u)\\e^u\cdot v\end{pmatrix}$, berechnen Sie im Punkt $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ zwei linear unabhängige Tangentialvektoren.

(5) Sei $F(u) = \begin{pmatrix}\cos(\sin(u))\\\sin(\sin(u))\end{pmatrix}$. Geben Sie ein $u \in \mathbb{R}$ an, mit $F(u) = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ und berechnen Sie den zugehörigen Tangentialvektor in diesem Punkt.

(6) Sei $G\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = 7x - \sin(y) + 1$. Geben Sie eine explizite Darstellung der Kurve $K = \left\{\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : G\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = 0\right\}$ an.

(7) Sei $G\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \mathrm{e}^x \cdot \cos(y) + 3z$. Geben Sie eine explizite Darstellung der Fläche $M = \left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : G\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = 2\right\}$ an.

(8) Sei $S = \left\{x \in \mathbb{R}^3 : x_3 = \begin{pmatrix}x_1 & x_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{3} & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}\right\}$. Zeichnen Sie diese Menge mit SCILAB.

(9) Sei $F\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix} = u^2 + 2u + 3v$. Normieren Sie den Gradienten $\nabla F\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ auf die Länge 1.

(10) Berechnen Sie einen Vektor, der senkrecht auf den Vektoren $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}7\\6\\5\end{pmatrix}$ steht.

(10 Punkte)

Aufgabe 24:

Gegeben seien die Datenpaare (t_i, s_i), $i = 0, \ldots, 10$ mit

$$t_i = -10 + 2i, \quad s_i = f(t_i), \quad \text{mit} \quad f(t) = \sin(t) + t\cos(t).$$

Schreiben Sie ein SCILAB-Programm zur Berechnung des Interpolationspolynoms durch diese Datenpaare. Gehen Sie hierbei wie folgt vor:

(i) Erstellen Sie die Matrix $A \in \mathbb{R}^{11,11}$ und den Vektor $s \in \mathbb{R}^{11}$:

$$A = \begin{pmatrix} t_0^0 & t_0^1 & \ldots & t_0^{10} \\ t_1^0 & t_1^1 & \ldots & t_1^{10} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{10}^0 & t_{10}^1 & \ldots & t_{10}^{10} \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} s_0 \\ \vdots \\ s_{10} \end{pmatrix}.$$

(ii) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A\alpha = s$. Hinweis: SCILAB liefert die Lösung mit dem Befehl $\alpha =$ `A\s`.

(iii) Plotten Sie das berechnete Interpolationspolynom zusammen mit der gegebenen Funktion f im Intervall $[-10, 10]$.

(10 Punkte)