Übungen zur Vorlesung
Praktische Mathematik für Medieninformatiker
Sommersemester 2015

PD Dr. Thorsten Hüls

Übungsblatt 11
24.6.2015

Abgabe: Mittwoch, 1.7.2015, 10:00 Uhr in V3-128, Postfach 180
Tutor: Julius Hülsmann, E-Mail: jhuelsma@math.uni-bielefeld.de

Aufgabe 31 (Überblick über Kapitel 4):

(1) Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Datenpaaren $(0, 1)$, $(1, 10)$, $(2, 33)$ unter Verwendung der Monom-Basis.

(2) Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Datenpaaren $(-1, -8)$, $(1, 2)$ unter Verwendung der Lagrangeschen Darstellung.

(3) Berechnen Sie das Interpolationspolynom zu den Datenpaaren $(1, -7)$, $(7, -301)$, $(-7, -399)$ unter Verwendung der Newtonschen Darstellung.

(4) Beweisen Sie, dass die Ergebnisse sämtlicher Verfahren zur Berechnung des Interpolationspolynoms zu gegebenen Datenpaaren (t_i, s_i), $i = 0, \ldots, m$, mit $t_i \neq t_j$ für alle $i \neq j$, übereinstimmen.

(5) Zeigen Sie: $e^t = 1 + t + \frac{1}{2}t^2 + \mathcal{O}(t^3)$.

(6) Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine zwei-mal stetig differenzierbare Funktion und seien $\bar{t}, \bar{t} - h \in [a, b]$. Dann gilt

$$\left| f'(\bar{t}) - \frac{f(\bar{t}) - f(\bar{t} - h)}{h} \right| = \mathcal{O}(h).$$

(10 Punkte)

Aufgabe 32:

Sei $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \sin(\mathrm{e}^{-(x^2+y^2-0.4)})$.

(i) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion f.

(ii) Untersuchen Sie für jedes der in Aufgabenteil (i) berechneten Extrema, ob es ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum ist.

(iii) Plotten Sie den Graphen von f mit SCILAB und zeichnen Sie die berechneten Extrema ein.

(10 Punkte)

Aufgabe 33:

Sei $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \cos(x_1 + x_2) - \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2)$.
Implementieren Sie zur Approximation eines Maximums von f den Sintflutalgorithmus, der im Skript in Abschnitt 5.2.1 vorgestellt wird.

Folgendes ist zu beachten:

- Wählen Sie den Startvektor x zufällig in $[-10, 10] \times [-10, 10]$.
- Verwenden Sie die Startschrittweite $\tau = 1$ und halbieren Sie die Schrittweite, wenn Fall (4b) zehn-mal in Folge auftritt.
- Akzeptieren Sie das aktuelle Maximum, falls $\tau < 10^{-10}$ erreicht ist.

Führen Sie diesen Algorithmus wiederholt (für verschiedene, zufällig gewählte Startwerte) aus und illustrieren Sie die Ergebnisse in einer aussagekräftigen Grafik.

(10 Punkte)