

Übungen zur Vorlesung
CHAOTISCHE DYNAMIK
Wintersemester 2015/2016

PD Dr. Thorsten Hüls

Übungsblatt 4
12.11.2015

Abgabe: Donnerstag, 19.11.2015, 14:00 Uhr in Postfach 114

Tutorin: Alina Girod, E-Mail: agirod@uni-bielefeld.de

Aufgabe 10:

In dem Paper *A Note on Devaney's Definition of Chaos* von Vu Dong Tô wird folgende Aussage bewiesen:

Sei (X, d) ein metrischer Raum, wobei die Menge X nicht präkompakt ist und sei eine Abbildung $f : X \rightarrow X$ gegeben. Zusätzlich setzen wir voraus, dass periodische Punkte von f dicht in X liegen und dass das durch f erzeugte dynamische System topologisch transitiv ist.

Unter diesen Voraussetzungen liegt auch sensitive Abhängigkeit vom Anfangswert vor.

Arbeiten Sie den Beweis im Detail aus.

(6 Punkte)

Aufgabe 11:

- (a) Sei $K_1 \subset [0, 1]$ die in der Vorlesung betrachtete Cantor-Menge, die durch jeweiliges Streichen des mittleren Drittels entsteht.

Zeigen Sie:

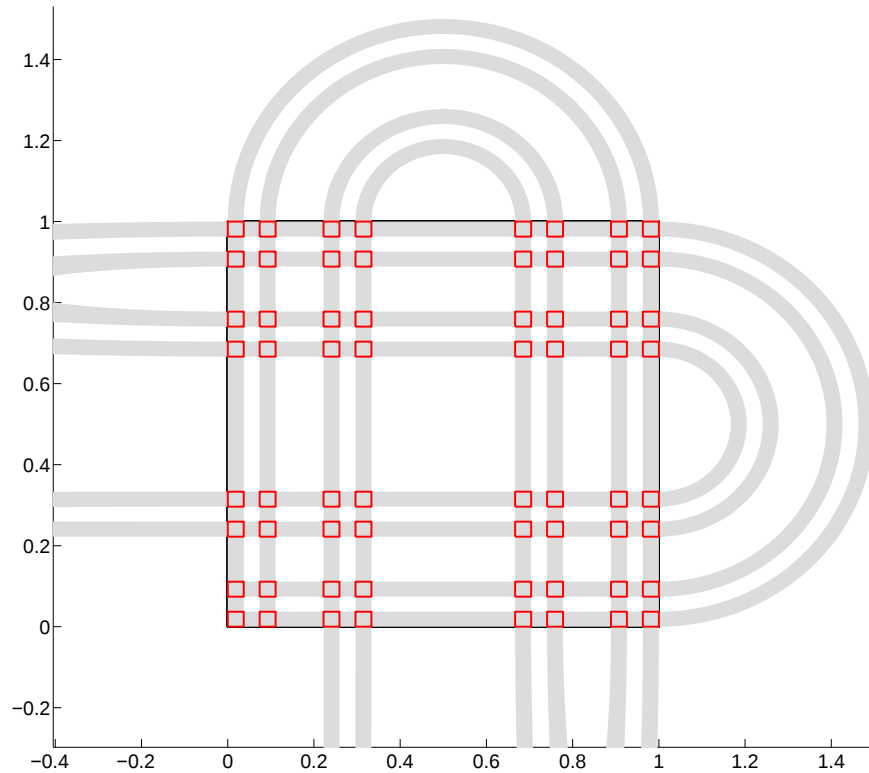
$$x \in K_1 \quad \Leftrightarrow \quad x = \sum_{i=1}^{\infty} a_i 3^{-i}, \text{ mit } a_i \in \{0, 2\}, i \in \mathbb{N}.$$

- (b) Geben Sie eine entsprechende Darstellung der Cantor Menge $K_2 \subset [0, 1]$ an, die entsteht, wenn in jedem Verfeinerungsschritt jeweils die mittlere Hälfte entfernt wird (im ersten Schritt erhalten wir die Intervalle $[0, \frac{1}{4}]$ und $[\frac{3}{4}, 1]$).
- (c) Geben Sie eine Darstellung der maximal invarianten Menge $K_3 \subset [0, 1] \times [0, 1]$ der Hufeisenabbildung an.

(6 Punkte)

Aufgabe 12:

Die Abbildung zeigt das Bild des Einheitsquadrates nach drei Iterationsschritten mit der Hufeisenabbildung in positiver und negativer Zeit.



Bestimmen Sie sämtliche Bereiche, in denen

- (i) Fixpunkte,
- (ii) zwei-periodische Orbits,
- (iii) drei-periodische Orbits

liegen.

Hinweis: Mit der Numlab-App *Horseshoe* kann die Codesequenz einzelner Punkte bestimmt werden.

(6 Punkte)