Prof. Dr. Barbara Gentz
Daniel Altemeier, Christian Wiesel
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2015/16

3. Präsenzübungsblatt zur Stochastik 1

Zur Bearbeitung in den Übungsgruppen zwischen dem 10. und 12. November

Präsenzübung 3.I. Seien X und Y reelle Zufallsvariablen auf dem Ereignisraum $(\Omega, \mathcal{A})$. Zeigen Sie

a) $(X, Y) : \Omega \to \mathbb{R}^2$ ist eine Zufallsvariable.

b) $X + Y$ und XY sind Zufallsvariablen.

Anmerkung. Falls nicht explizit anders angegeben, sind *reelle* Zufallsvariablen auf $(\Omega, \mathcal{A})$ immer als reelle Zufallsvariablen von $(\Omega, \mathcal{A})$ nach $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ zu verstehen.

Präsenzübung 3.II. Gegeben sei $\Omega = [0, \infty)$, $\rho(\omega) = \exp(-\omega)$, $X(\omega) = (\omega/\alpha)^{1/\beta}$ für $\omega \in \Omega$ und $\alpha, \beta > 0$.

a) Zeigen Sie, dass ρ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist.

b) Zeigen Sie, dass X eine Zufallsvariable auf $(\Omega, \mathcal{B}_\Omega)$ ist.

c) Sei $\mathbb{P}$ das Wahrscheinlichkeitsmaß mit Dichte ρ aus a). Berechnen Sie die Dichte $\tilde{\rho}$ der Verteilung von X bezüglich des Wahrscheinlichkeitsmaßes $\mathbb{P}$.

Anmerkung. Die Verteilung von X heißt die *Weibull-Verteilung* zu α, β.

Präsenzübung 3.III. Bei einem fairen Würfel sind die Ecken so abgeschliffen worden, dass der Würfel nun auch auf den Ecken liegen bleiben kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel auf einer bestimmten Ecke liegen bleibt, entspricht einem Viertel der Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel auf einer bestimmten Seite liegen bleibt. Alle Ecken haben jeweils gleiche Wahrscheinlichkeit und alle Seiten haben jeweils gleiche Wahrscheinlichkeit.

a) Beschreiben Sie das Experiment in Form eines geeigneten Wahrscheinlichkeitsraumes.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit landet der Würfel auf einer der Ecken, die die Seite mit der 1 berühren?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit landet der Würfel auf einer geraden Zahl?

Anmerkung. Zur Angabe eines geeigneten Wahrscheinlichkeitsraumes $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ gehört insbesondere

- ☐ Eine Identifizierung des Ereignisraums $(\Omega, \mathcal{A})$ mit dem Experiment in Worten, d.h., zu beliebigem $\omega \in \Omega$ muss erklärt werden, wie es in Bezug auf das Experiment in Worten zu verstehen ist.
- ☐ Eine Begründung der Wahl von $\mathbb{P}$.