Prof. Dr. Barbara Gentz
Daniel Altemeier, Christian Wiesel
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2015/16

8. Präsenzübungsblatt zur Stochastik 1

Zur Bearbeitung in den Übungsgruppen am 15. und 17. Dezember

Präsenzübung 8.I. Seien X, Y zwei unabhängige, binomialverteilte Zufallsvariablen zu den Parametern (n, p) und (m, p). Zeigen Sie, dass $X + Y$ binomialverteilt ist zu $(n + m, p)$.

Präsenzübung 8.II. Zeigen Sie, dass das Minimum von $n \in \mathbb{N}$ unabhängig exponentialverteilten Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ wieder exponentialverteilt ist und bestimmen Sie den zugehörigen Parameter. Gilt eine analoge Eigenschaft auch für das Maximum? Belegen Sie Ihre Antwort.

Präsenzübung 8.III. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Verteilung der Summe zweier unabhängiger Zufallsvariablen gegeben ist durch die Faltung der Verteilungen der Summanden. Es soll nun gezeigt werden, dass dies allerdings kein hinreichendes Kriterium für die Unabhängigkeit zweier Zufallsvariablen darstellt.

Seien X, Y zwei Zufallsvariablen mit Werten in $\{0, 1, 2\}$ und es gelte $\mathbb{P}(X = k) = \mathbb{P}(Y = k) = 1/3$ für alle $k \in \{0, 1, 2\}$.

a) Bestimmen Sie die Verteilung von $X + Y$ unter der Voraussetzung, dass X und Y unabhängig sind.

b) Finden Sie alle Verteilungen von (X, Y), so dass die Verteilung von $X + Y$ mit der Verteilung aus Teil a) übereinstimmt.

c) Für welche Verteilungen aus b) sind X und Y unabhängig?