Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirt.-Math. Daniel Altemeier
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2010/11

10. Präsenzübung zur Stochastik A

Präsenzaufgabe 10.I: (σ-Algebren)
Zeigen Sie, dass die Menge aller Teilmengen $A \subseteq \mathbb{Z}$ mit der Eigenschaft

$$2n \in A \iff 2n+1 \in A$$

eine σ-Algebra in $\mathbb{Z}$ bildet.

Präsenzübung 10.I:
Unter 100 Personen ist im Schnitt eine farbenblind.

(a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 100 zufällig ausgewählten Personen zwei oder mehr farbenblinde Personen befinden. Tun Sie dies zunächst exakt und dann mit Hilfe sowohl der Poisson- als auch der Normal-Approximation.

(b) Wie viele Personen müssen zufällig ausgewählt werden, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% unter ihnen mindestens eine farbenblinde Person befindet? Führen Sie die Berechnung wiederum zunächst exakt und dann mit Hilfe der Poisson- und Normalapproximation.

Präsenzübung 10.III:

(a) Es sei $r > 1$. Bestimmen Sie die Konstante c derart, dass

$$f(x) = \begin{cases} cx^{-r} & \text{für } x > 1 \\ 0 & \text{für } x \leq 1 \end{cases}$$

eine Dichte ist. Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion und skizzieren Sie diese.

(b) Sei $\beta > 1$. Bestimmen Sie die Dichte der Verteilungsfunktion

$$F(t) = \begin{cases} \dfrac{t^{1-\beta}}{(1-\beta)^2} & \text{für } t \geq 1, \\ 0 & \text{für } t < 1. \end{cases}$$

und skizzieren Sie die Dichte sowie die Verteilungsfunktion.
(Warum ist diese Aufgabe nicht im üblichen Umfang bearbeitbar?)