Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirt.-Math. Daniel Altemeier
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2010/11

12. Präsenzübung zur Stochastik A

Präsenzübung 12.I:
Sei

$$f_X(x) = \begin{cases} 1-|x| & \text{für } x \in [-1,1] \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie, dass f_X eine Dichte ist, und bestimmen Sie für die zugehörige Zufallsgröße X die Verteilungsfunktion.

(b) Zeichen Sie Dichte und Verteilungsfunktion.

(c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

Präsenzübung 12.II:
Die Zufallsgröße Y sei durch ihre Verteilungsfunktion

$$F_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0. \\ 2x^2 & \text{für } 0 \le x \le 0.5. \\ -2x^2+4x-1 & \text{für } 0.5 < x \le 1 \\ 1 & \text{für } x > 1. \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Dichte f_Y dieser Zufallsgröße.

(b) Zeichnen Sie Dichte und Verteilungsfunktion.

(c) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von Y.

Präsenzübung 12.III:
Seien X und Y reellwertige Zufallsvariablen auf dem W'Raum $(\Omega, \mathbb{P})$ mit Dichten f_X und f_Y. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $\mathbb{P}\big[X=Y\big]=1 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{E}\big[X\big]=\mathbb{E}\big[Y\big].$

(b) $\mathbb{E}\big[X\big]=\mathbb{E}\big[Y\big] \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{P}\big[X=Y\big]=1.$

(c) Nehmen Sie an, dass f_X und f_Y stetig sind, dann gilt[1]:

$$\mathbb{E}\big[\,|X-Y|\,\big]=0 \quad \Longrightarrow \quad \mathbb{P}\big[X=Y\big]=1.$$

[1]Diese Aussage gilt in einem viel allgemeineren Kontext (ohne Beweis)