Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirt.-Math. Daniel Altemeier
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2010/11

4. Präsenzübung zur Stochastik A

Präsenzaufgabe 4.I:
Sei $n \geq 2, \Omega = \{0,1\}^n$ und für alle $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega$ sei $\mathbb{P}\big[\omega\big] = 2^{-n}$. Man betrachte die Ereignisse

$$A_j = \{\omega \in \Omega : \omega_j = 1\}, j = 1, \dots, n \quad \text{und} \quad B = \left\{\omega \in \Omega : \sum_{i=1}^{n} \omega_i \equiv 1 \bmod 2\right\}$$

Welche der folgenden drei Familien sind unabhängig:

(F_1) $\{A_1, \dots, A_n, B\}$;

(F_2) $\{A_1, \dots, A_n\}$;

(F_3) $\{A_2, \dots, A_n, B\}$?

Präsenzaufgabe 4.II
Sei $(\Omega, \mathbb{P})$ W'raum und seien $A, B, C \subseteq \Omega$ Ereignisse, deren W'keiten unter $\mathbb{P}$ weder 0 noch 1 sind.

1. Falls $A \subseteq B$, können A und B unabhängig sein?
2. Falls A und B unabhängig sind, können A und $A \cup B$ unabhängig sein?
3. Angenommen A,B,C sind zusammen disjunkt, d.h. $A \cap B \cap C = \emptyset$, können sie paarweise unabhängig sein?
4. Es seien A, B, C unabhängig, zeigen Sie, dass $A \Delta B$ unabhängig ist von C, wobei
$$A \Delta B = (A \cup B) \backslash (A \cap B).$$

Präsenzaufgabe 4.III:
Wir nehmen an, die Wahrscheinlichkeiten für die Kinderzahlen $0, 1, \dots, 5$ einer Familie seien durch $0.3, 0.2, 0.2, 0.15, 0.1$ und 0.05 gegeben (höhere Kinderzahlen halten wir für ausgeschlossen). Wir nehmen an, dass die Wahrscheinlichkeiten von Jungen- und Mädchengeburten identisch sind und außerdem das Geschlecht eines Kindes unabhängig ist von dem seiner (potentiellen) Geschwister. Wie groß ist die W'keit, dass ein zufällig ausgewählter Junge mindestens eine Schwester hat?