Prof. Dr. Barbara Gentz
Dipl.-Wirt.-Math. Daniel Altemeier
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

WS 2010/11

3. Aufgabenblatt zur Stochastik A *Auflage 2*

Abgabe bis **Freitag, 12.11.2010, 12:00 Uhr**

Bitte legen Sie Ihre Lösungen in das Postfach der Leiterin bzw. des Leiters Ihrer Übungsgruppe (*Katharina von der Lühe PF 200, Manuel Förster PF 150, Daniel Altemeier PF 161*, alle Postfächer befinden sich im Kopierraum V3-128). Heften Sie die Blätter in der richtigen Reihenfolge zusammen, und schreiben Sie Ihren Namen als auch den Namen des Übungsgruppenleiters deutlich sichtbar und gut leserlich oben auf das erste Blatt Ihrer Abgabe.

Hausaufgabe 3.I:
Ein idealer 4 seitiger Würfel wird 2 Mal geworfen. Sind die folgenden Ereignisse unabhängig oder zumindest paarweise unabhängig?

A: Augensumme gerade,

B: Augenprodukt gerade,

C: Augenzahlen auf den beiden Würfeln sind nicht gleich.

Hausaufgabe 3.II:
Sei $(A_i)_{i=1}^n, A_i \subseteq \Omega \ \ \forall\, i \leq n, n \in \mathbb{N}$, eine stochastisch unabhängige Familie von Ereignissen und sei $(I_j)_{j=1}^k$ eine Partition der Menge $\{1, \ldots, n\}$, d.h. $\{I_j\}_{j=1}^k$ paarweise disjunkt und $I_1 \,\dot\cup\, I_2 \,\dot\cup \ldots \dot\cup\, I_k = I = \{1, \ldots, n\}$, $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

(a) $\left\{ \bigcup_{i \in I_j} A_i \right\}_{j=1}^k$ sind unabhängig.

(b) $\left\{ \bigcap_{i \in I_j} A_i \right\}_{j=1}^k$ sind unabhängig.

Hausaufgabe 3.III:
Gegeben sei ein Tetraeder mit einer eigentümlichen Beschriftung: die möglichen Ergebnisse sind $\big\{ \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2,3\} \big\}$.

A_1: Auf dem Tetraeder ist die 1 zu sehen.

A_2: Auf dem Tetraeder ist die 2 zu sehen.

A_3: Auf dem Tetraeder ist die 3 zu sehen.

Das Tetraeder wird 1mal geworfen.

(a) Geben Sie einen geeigneten W'Raum $(\Omega, \mathbb{P})$ an.

(b) Sind die Ereignisse unabhängig oder zumindest paarweise unabhängig?

Hausaufgabe 3.IV:
Seien $(\Omega_i, \mathbb{P}_i)$, $i \leq n \in \mathbb{N}$ endliche (d.h. Ω_i ist abzählbar endlich) Wahrscheinlichkeitsräume. Betrachte das Produktexperiment $(\Omega, \mathbb{P}) = \bigotimes_{i=1}^n (\Omega_i, \mathbb{P}_i)$. Zeigen Sie nun, dass für beliebige $(A_i)_{i=1}^n$ mit $A_i \subseteq \Omega_i, i \leq n$ gilt:

$$\mathbb{P}\big[A_1 \times A_2 \times \dots A_n\big] \left(= \mathbb{P}\left[\bigcap_{i=1}^n \big\{\omega \in \Omega \;\big|\; \omega_i \in A_i\big\} \right] \right) = \prod_{i=1}^n \mathbb{P}_i\big[A_i\big].$$