

## Wahrscheinlichkeitstheorie I - Übungsblatt 4 - Teil B

Zur Bearbeitung in den Übungsgruppen

### Übungsaufgabe 4.IV

Wir erzeugen das Ergebnis eines Zufallsexperiment auf folgende Weise: Zunächst betrachten wir eine exponential-verteilte Zufallsgröße zum Parameter  $\lambda > 0$ . Ist der Wert dieser Zufallsvariable kleiner als  $2\lambda$ , so ist unser Ergebnis durch den Wert eines fairen  $\{0, 1\}$ -Münzwurfs gegeben, andernfalls ist das Ergebnis durch den Wert einer über  $[0, 2]$  uniform-verteilten Zufallsgröße gegeben.

- a) Geben Sie geeignete wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle für die *exponential-verteilte Zufallsgröße*, den  *$\{0, 1\}$ -Münzwurf* und die  *$[0, 2]$ -uniform verteilte Zufallsgröße* an.
- b) Wählen Sie die Exponentialverteilung als Startverteilung  $\mu$  und definieren Sie dann in geeigneter Weise einen Markovkern  $K : \mathbb{R} \times \mathcal{B}(\mathbb{R}) \rightarrow [0, 1]$ , sodass  $\mu \otimes K$  das Zufallsexperiment modelliert. Berechnen Sie nun explizit

$$(\mu \otimes K)\pi_2^{-1}(A) \text{ für } A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}).$$

- c) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen dem Experiment und  $\mu \otimes K$ .