# Übungen zur Vorlesung
# Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen
## Wintersemester 2013/2014

Prof. Dr. L'ubomír Baňas
Dipl.-Math. Denny Otten

Übungsblatt 9
11.12.2013

**Abgabe: Mittwoch, 18.12.2013, 12:00 Uhr** in das Postfach des Tutors.
Di. 12-14 Uhr: Denny Otten, dotten@math.uni-bielefeld.de, Postfach 44 in V3-128 (Übung, V5-148)

**Aufgabe 25:** [Lineares Zweischrittverfahren]

a) Bestimmen Sie alle 6 Koeffizienten des linearen Zweischrittverfahrens

$$\frac{1}{h}\sum_{\nu=0}^{2} a_\nu u^{j+\nu} = \sum_{\nu=0}^{2} b_\nu f(t_{j+\nu}, u^{j+\nu}),\ j = 0, 1, \dots, M-2,$$

so dass die maximale Konsistenzordnung $p = 4$ vorliegt.

b) Vergleichen Sie die erhaltene Formel mit der im Skript angegebenen Formeltabelle.

c) Diskutieren Sie, ob sich dieses Verfahren und seine Ordnung auch aus Satz 3.1, Kap. III gewinnen lässt.

(6 Punkte)

**Aufgabe 26:** [Prädiktor-Korrektor Verfahren]

Sei $f \in C^1([t_0, t_E] \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ und $\bar{u} \in C^{m+2}([t_0, t_E], \mathbb{R}^n)$ Lösung der Anfangswertaufgabe

$$u' = f(t, u),\ t \in [t_0, t_E],\ u(t_0) = u^0.$$

Zeigen Sie, dass ein Prädiktor–Korrektor Verfahren für diese Aufgabe die Konsistenzordnung $m + 1$ hat, falls ein Adams–Bashforth–Prädiktor der Konsistenzordnung $m$ und ein Adams–Moulton–Korrektor der Konsistenzordnung $m + 1$ verwendet wird. Dabei ist $m$ die Stufe der beiden Mehrschrittverfahren.
**Hinweis:** Man schreibe das Prädiktor–Korrektor Verfahren wie in der Vorlesung als nichtlineares Mehrschrittverfahren und setze die exakte Lösung ein.

(6 Punkte)

**Aufgabe 27:** [Lorenz-System mit Mehrschrittverfahren]

Lösen Sie mit den Adams–Bashforth–Verfahren der Ordnung $2$ und $4$ und der Schrittweite $h = \frac{1}{100}$ das Lorenz-System

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \sigma(y-x) \\ \lambda x - y - xz \\ -\mu z + xy \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

für die Parameterwerte $\sigma = 10$, $\lambda = 28$, $\mu = \frac{8}{3}$ und $0 \leqslant t \leqslant 50$.
Verwenden Sie für die Startwerte jeweils ein Einschrittverfahren derselben Ordnung.
Zeichnen Sie die Lösungen in ein $(t, x)$– bzw. $(x, y, z)$–Diagramm ein.

(6 Punkte)