Übungen zur Vorlesung
Numerik dynamischer Systeme
Sommersemester 2011

PD Dr. Thorsten Hüls
Dipl.-Math. Denny Otten

Übungsblatt 6
20.5.2011

Abgabe: Freitag, 27.5.2011, 10:00 Uhr

Aufgabe 18: Wir betrachten erneut das Modell einer Futterkette aus Aufgabe 12. Zeigen Sie, dass sich das System mit Hilfe der Beziehung $u_1 + u_2 + u_3 = 1$ auf zwei Variablen zu

$$\begin{aligned}
\dot{u}_1 &= \alpha(1-u_1) - u_2 f_1(u_1), \quad f_1(u_1) = \frac{u_1}{1+u_1}, \\
\dot{u}_2 &= -\alpha u_2 + u_2 f_1(u_1) - (1-u_1-u_2) f_2(u_2), \quad f_2(u_2) = \frac{u_2}{2+u_2}
\end{aligned}$$

reduzieren lässt. Fertigen Sie für das reduzierte System 2D-Phasenbilder an (zum Beispiel mit der Numlab-Toolbox). Verwenden Sie dabei

α	u_1	u_2
0.1	$[-0.5,\ 2]$	$[-0.5,\ 2]$
0.4	$[0,\ 2]$	$[-0.5,\ 2]$
0.7	$[-0.5,\ 3]$	$[-2,\ 5]$

als Parameter und Wertebereiche.

(6 Punkte)

Aufgabe 19: Gegeben sei das zeitdiskrete dynamische System $(\mathbb{R}_+, \mathbb{Z}, (\varphi^n)_{n\in\mathbb{Z}})$, mit

$$\varphi(u) := \frac{1}{1+u^2}.$$

- Sei U das offene Intervall $U = (0,\ 2)$. Zeigen Sie, dass $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} \varphi^n(U)$ ein Attraktor ist und geben Sie diesen Attraktor explizit an.
- Beweisen Sie, dass das obige dynamische System einen globalen Attraktor besitzt, der nur aus einem Punkt besteht.

(6 Punkte)

Aufgabe 20: Gegeben sei das durch die Abbildung $\varphi(u) = \sin(u) + u$ erzeugte zeitdiskrete dynamische System.
Implementieren Sie – für ein-dimensionale Systeme – den in der Vorlesung vorgestellten Box-Unterteilungs-Algorithmus zur Approximation relativer globaler Attraktoren M_Q.
Führen Sie 10 Verfeinerungsschritte durch und zeichnen Sie nach jedem Schritt die übrig gebliebenen Intervalle. Verwenden Sie in Schritt 2 des Algorithmus jeweils 10 äquidistant verteilte Testpunkte pro Intervall.

Starten Sie ihr Programm mit den Intervallen

- $Q_1 = [1,\ 5]$
- $Q_2 = [1,\ 7]$
- $Q_3 = [1,\ 11]$

und interpretieren Sie die erhaltenen Ergebnisse.

(6 Punkte)