**Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen**
**Wintersemester 2016/2017**
Dozent: Dr. Denny Otten
Präsenzübungsblatt 1
24.10.2016-28.10.2016

**Abgabe: nicht vorgesehen**. Bearbeitung während der Präsenzübung.
Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.
Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.
Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

**Aufgabe 1** (Richtungsfeld).
Skizzieren Sie die Richtungsfelder der folgenden Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}&\text{a) } u'(t) = \big(u(t)-t\big)^2,\\ &\text{b) } u'(t) = \tfrac{1}{2}\big(u(t)-1\big)^2,\\ &\text{c) } u'(t) = \cos(\pi t)u(t) - \sin(\pi t).\end{aligned}$$

Berechnen und markieren Sie dazu jene Bereiche in $\Omega = [0,2]\times[-1,1]$, in denen waagerechte Pfeile auftreten, zeichnen Sie die Richtungspfeile zu den Punkten $(t,v)\in\{0,1,2\}\times\{-1,0,1\}$ und skizzieren Sie jeweils die Lösung zum Anfangswert $u(0)=0$, ohne diese zu berechnen.

**Aufgabe 2** (Verifikation von Lösungen).
a) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(t) = e^{\sin(t)} + \cos(t)$ eine Lösung der folgenden AWA ist

$$u'(t) = \cos(t)u(t) - \cos^2(t) - \sin(t), \quad u(0) = 2.$$

b) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(t) = t^2\exp(t)$ eine Lösung der folgenden AWA ist

$$u''(t) = 2u'(t) - u(t) + 2\exp(t), \quad u'(0) = u(0) = 0.$$

c) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(t) = \begin{pmatrix}\sin(t)+t\\ \cos(t)\end{pmatrix}$ eine Lösung der folgenden AWA ist

$$u'(t) = \begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}u(t) + \begin{pmatrix}1\\ t\end{pmatrix}, \quad u(0) = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}.$$

d) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(t) = \ln(t)$ eine Lösung der folgenden AWA ist

$$0 = t\big(u'(t)\big)^3 - \exp(-2u), \quad u(1) = 0.$$

e) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(x) = \frac{2x^2}{x^2+1}$ eine Lösung der folgenden RWA ist

$$u'(x) = \frac{u^2}{x^3}, \quad u(0) = 0,\ u(1) = 1.$$

f) Zeigen Sie, dass die Funktion $u(x) = \frac{\cos(x)}{\exp(x)}$ eine Lösung der folgenden RWA ist

$$u''(x) = -u'(x) - u(x) + \frac{\sin(x)}{\exp(x)}, \quad u(0) = 1,\ u\big(\tfrac{\pi}{2}\big) = 0.$$