

Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten
Präsenzübungsblatt 13
30.01.2017-03.02.2017



Abgabe: nicht vorgesehen. Bearbeitung während der Präsenzübung.

Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.
Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.
Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

Aufgabe 25 (Fundamentalsystem, Wronski-Determinante).

Seien u_1 und u_2 Lösungen der Differentialgleichung

$$2u''(t) - \frac{4}{t^2 + 4t + 3}u'(t) + \cos(t)u(t) = 0$$

zu den Anfangswerten

$$u_1(0) = 1, u_1'(0) = 3, \quad \text{bzw.} \quad u_2(0) = 2, u_2'(0) = 4.$$

Zeigen Sie, dass diese Lösungen ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung bilden. Berechnen Sie die Wronski-Determinante zum Zeitpunkt $t = 3$.

Aufgabe 26 (Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten).

Bestimmen Sie für $a = \{-2, 0, 2\}$ jeweils alle Lösungen der Differentialgleichung

$$u'(t) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u(t).$$

Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz $u(t) = e^{\lambda t}w$, $t \in \mathbb{R}$ mit $\lambda \in \mathbb{C}$ und $w \in \mathbb{C}^2$ und im Fall $a = 0$ den zusätzlichen Ansatz $u(t) = te^{\lambda t}w + e^{\lambda t}\tilde{w}$, $t \in \mathbb{R}$ mit $\lambda \in \mathbb{C}$ und $w, \tilde{w} \in \mathbb{C}^2$.