

Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten
Präsenzübungsblatt 3
07.11.2016-11.11.2016



Abgabe: nicht vorgesehen. Berbeitung während der Präsenzübung.

Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.
Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.
Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

Aufgabe 5 (Picard-Iteration).

a) Bringen Sie die autonome Differentialgleichung

$$0 = (u(t) - 1)^2 - \frac{u'(t)}{2}, \quad u(1) = 2$$

auf die allgemeine Form

$$u'(t) = f(u(t)), \quad u(t_0) = u_0.$$

Geben Sie dazu eine Funktion f mit geeignetem Definitionsbereich und Wertevorrat an. Bestimmen Sie anschließend die äquivalente Integralgleichung und berechnen Sie die ersten drei Picard-Iterierten v_0, v_1, v_2 .

b) Verfahren Sie wie in a) mit der nicht-autonomen Differentialgleichung

$$\begin{aligned} 0 &= u_2(t) + u_1'(t) - 1, & u_1(0) &= 0, \\ 0 &= u_1(t) - u_2'(t) + t, & u_2(0) &= 0 \end{aligned}$$

und ihrer allgemeinen Form

$$u'(t) = f(t, u(t)), \quad u(t_0) = u_0.$$

Aufgabe 6 (Lipschitz-Beschränktheit II).

Überprüfen Sie für $J = Q = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, ob die folgenden Funktionen $f: J \times Q \rightarrow \mathbb{R}$ mit

- a) $f(t, v) = (\sin(t) - \cos(v))^2$
- b) $f(t, v) = (\sin(t) - v)^2$,
- c) $f(t, v) = |\sin(t) - v|^{\frac{1}{2}}$,
- d) $f(t, v) = |\cos(t) - v|^{\frac{1}{2}}$,

Lipschitz-beschränkt in $J \times Q$ (bzgl. der 2. Variablen) sind. Überprüfen Sie anschließend, ob die Lipschitz-Beschränktheit auch global gilt, d.h. auf $J \times \mathbb{R}$.