

# Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten

Präsenzübungsblatt 4

14.11.2016-18.11.2016



**Abgabe: nicht vorgesehen.** Bearbeitung während der Präsenzübung.

Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.

Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.

Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

## Aufgabe 7 (Existenz- und Eindeutigkeitsätze).

Überprüfen Sie für die Anfangswertaufgaben

$$\text{a) } u'(t) = \sin(u(t)) + t^2, \quad u(0) = 0,$$

$$\text{b) } u'(t) = \sqrt{|\sin(u(t))|}, \quad u(0) = 0,$$

$$\text{c) } u'(t) = \begin{pmatrix} \sin(u_1(t)) \cos(u_2(t)) \\ \exp(t) \end{pmatrix}, \quad u(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{d) } u'(t) = \begin{pmatrix} \cos(u_1(t)u_2(t)) \\ u_1(t) - u_2(t) \end{pmatrix}, \quad u(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

die Voraussetzungen des Satzes von Peano, des lokalen Satzes von Picard-Lindelöf sowie des globalen Satzes von Picard-Lindelöf.

## Aufgabe 8 (Lokaler Satz von Picard-Lindelöf).

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$u'(t) = (u(t))^2, \quad u(0) = 2.$$

- Bestimmen Sie das größtmögliche Intervall  $[-\alpha, \alpha]$ , auf dem nach dem lokalen Satz von Picard-Lindelöf eine eindeutige Lösung existiert.
- Finden Sie mit Hilfe der a-priori Abschätzung ein  $k \in \mathbb{N}$ , so dass die  $k$ -te Picard-Iterierte  $v_k$  die Lösung auf diesem Intervall bis auf einen Fehler von  $10^{-3}$  approximiert.