Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen
Wintersemester 2016/2017
Dozent: Dr. Denny Otten
Präsenzübungsblatt 9
19.12.2016-23.12.2016

Abgabe: nicht vorgesehen. Bearbeitung während der Präsenzübung.
Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.
Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.
Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

Aufgabe 17 (Transformation von Differentialgleichungen)**.**
(a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$u' = a(t)u + b(t)u^p, \quad a, b \in \mathcal{C}(\mathbb{R};\mathbb{R}),\ p \neq 1$$

durch die Transformation $T(t,u) = \big(t, u^{1-p}\big)$ in eine lineare Differentialgleichung transformieren lässt.

(b) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$u' = u - tu^2, \quad u(0) = 1$$

und führen Sie eine Probe durch.

Aufgabe 18 (Transformation allgemeiner Differentialgleichungssysteme)**.**
(a) Sei u eine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$u'(t) = f(t, u(t)), \quad f \in C(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n).$$

Geben Sie für jede der drei folgenden Transformationen eine Funktion $g \in C(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ an, so dass die Funktion v die transformierte Differentialgleichung

$$v'(s) = g(s, v(s)),$$

löst:

(1) $T(t,u) = (t, u - a)$, $a \in \mathbb{R}^n$,

(2) $T(t,u) = (t, bu)$, $b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$,

(3) $T(t,u) = (\frac{t}{c}, u)$, $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$.

(b) Bringen Sie die skalare Differentialgleichung

$$u' = \alpha(u-\gamma_1)(u-\gamma_2)(u-\gamma_3), \quad \gamma_1 < \gamma_2 < \gamma_3,\ \alpha \in \mathbb{R},\ \alpha \neq 0.$$

mit Hilfe aller drei Transformationen (1)-(3) in die Form

$$v' = v(v-\beta)(v-1),$$

wobei $\beta \in (0,1)$ ist. Wie hängt β von $\alpha, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ab?