

Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten

Übungsblatt 12

18.01.2017



Abgabe: Mittwoch, 25.01.2017, bis 14:00 Uhr in das Postfach des/der Tutors/in.

Übung 1: Mo. 16-18 Uhr, V5-148, Philipp Külker, philipp.kuelker@uni-bielefeld.de, Postfach 194 in V3-128.

Übung 2: Mi. 18-20 Uhr, V5-148, Simon Dieckmann, simon.dieckmann@uni-bielefeld.de, Postfach 28 in V3-128.

Übung 3: Do. 08-10 Uhr, V5-148, Andre Wilke, awilke@math.uni-bielefeld.de, Postfach 179 in V3-128.

Übung 4: Do. 08-10 Uhr, T2-220, Markus Ebke, markus.ebke@uni-bielefeld.de, Postfach 177 in V3-128.

Übung 5: Fr. 12-14 Uhr, V4-119, Carolin Herrmann, carolin.herrmann@uni-bielefeld.de, Postfach 187 in V3-128.

Aufgabe 34 (Methode von Heun, Vollständige Induktion).

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$u' = tu, \quad u(0) = 1.$$

Zeigen Sie durch vollständige Induktion über n , dass die Approximation u_n der Lösung mit der Methode von Heun zur Schrittweite $h = 1$ die folgende Darstellung besitzt

$$u_n = \frac{1}{2^n} \prod_{j=0}^{n-1} (j^2 + 3j + 3), \quad n \in \mathbb{N}_0.$$

(6 Punkte)

Aufgabe 35 (Transformation auf System 1. Ordnung).

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe 3. Ordnung

$$u'''(t) + u''(t) = t^2, \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = 0, \quad u''(0) = 2,$$

indem Sie diese auf ein System 1. Ordnung transformieren. Beachten Sie, dass man die dritte Gleichung des Systems explizit lösen kann.

(6 Punkte)

Aufgabe 36 (Globaler Existenz- und Eindeutigkeitsatz).

(a) Zeigen Sie unter Verwendung von Satz 5.4, dass die Anfangswertaufgabe

$$u''(t) = u'(t) + \sin(u(t) + e^t), \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1$$

auf jedem Zeitintervall $J = [0, T]$ für $T > 0$ genau eine globale Lösung $u \in C^2(J, \mathbb{R})$ besitzt.

(b) Bestimmen Sie für die Anfangswertaufgabe

$$u''(t) = u'(t)^2 + u(t), \quad u(1) = 1, \quad u'(1) = 0$$

ein Intervall $[1 - \alpha, 1 + \alpha]$, auf dem nach dem lokalen Existenz- und Eindeutigkeitsatz (aus Folgerung 5.5) eine Lösung existiert und eindeutig ist.

(6+3 Punkte)