

# Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten

Übungsblatt 9

14.12.2016



**Abgabe: Mittwoch, 21.12.2016, bis 14:00 Uhr** in das Postfach des/der Tutors/in.

Übung 1: Mo. 16-18 Uhr, V5-148, Philipp Külker, philipp.kuelker@uni-bielefeld.de, Postfach 194 in V3-128.

Übung 2: Mi. 18-20 Uhr, V5-148, Simon Dieckmann, simon.dieckmann@uni-bielefeld.de, Postfach 28 in V3-128.

Übung 3: Do. 08-10 Uhr, V5-148, Andre Wilke, awilke@math.uni-bielefeld.de, Postfach 179 in V3-128.

Übung 4: Do. 08-10 Uhr, T2-220, Markus Ebke, markus.ebke@uni-bielefeld.de, Postfach 177 in V3-128.

Übung 5: Fr. 12-14 Uhr, V4-119, Carolin Herrmann, carolin.herrmann@uni-bielefeld.de, Postfach 187 in V3-128.

## Aufgabe 25 (Variation der Konstanten I).

Bestimmen Sie anhand der Variation der Konstanten Formel die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben und geben Sie die maximalen Existenzintervalle an.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad u'(t) &= \frac{u(t)}{t+1} + 3(t+1)^3, & u(0) &= 1, \\ \text{(b)} \quad u'(t) &= tu(t) + 2t, & u(0) &= 0, \\ \text{(c)} \quad u'(t) &= -3u(t) + \sin(t), & u(0) &= 1. \end{aligned}$$

(6 Punkte)

## Aufgabe 26 (Variation der Konstanten II).

Bestimmen Sie anhand der Variation der Konstanten Formel die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad u'(t) &= -\frac{2u(t)}{t} + 6 \cos(2t^3 - 1), & u(1) &= \sin(1), \\ \text{(b)} \quad u'(t) &= \frac{2tu(t)}{t^2 - 1} + t, & u(\sqrt{2}) &= \frac{1}{2}, \\ \text{(c)} \quad u'(t) &= -\left(a + \frac{1}{t}\right)u(t) - b, & u(1) &= u_0 \in \mathbb{R}, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a > 0. \end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass die Lösung  $u$  von (c) die Eigenschaft  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = -\frac{b}{a}$  erfüllt.

(6 Punkte)

## Aufgabe 27 (Abkühlung eines Körpers).

Gestern abend habe ich mir einen richtig heißen Kaffee ( $96^\circ\text{C}$ ) in die Tasse gegossen. Leider vergaß ich ihn in der Küche und als ich mich nach einer halben Stunde daran erinnerte, war er nur noch  $36^\circ\text{C}$  warm. Das erweckte die Neugierde in mir und nach einer weiteren halben Stunde lag die Temperatur nur noch bei  $24^\circ\text{C}$ . Wie warm war die Küche unter der Annahme, dass sie in der gesamten Zeit eine konstante Temperatur hatte?

(6 Punkte)