# NWI Mathematik I: Übung 6

1. Seien $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ zwei absolut-konvergente Reihen, wobei

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = A \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} b_n = B.$$

Zeigen Sie, daß die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left( \sum_{m=0}^{\infty} b_m \right)$$

auch absolut konvergent ist, und die Reihe gegen die Zahl $A \cdot B$ konvergiert.

2. Für jedes $n$, sei

$$c_n = \sum_{k=0}^{n} a_{n-k} b_k,$$

wobei $a_i$ und $b_i$ wie in Übung 1 sind. Zeigen Sie, daß

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n = A \cdot B.$$

3. Sei

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$$

ein Polynom vom Grad $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, daß für alle $K > 0$ ein $L > 0$ existiert, wobei $|P(x)| > K$, für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| > L$.

4. Falls $P(x)$ ein Polynom vom Grad $m$ ist, wobei $m$ ungerade ist, dann divergiert die Folge

$$(P(n) - P(-n))_{n \in \mathbb{N}}.$$

Warum?