

Präsenzübungen zu Zählen und Zahlbereiche

Blatt 13 - Woche vom 2.-6.2.2009

39. Laut Aufgabe 64 ist es korrekt, ganzzahlige Potenzen rationaler Zahlen durch

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{m-n} = \frac{a^m b^n}{a^n b^m}$$

zu definieren, wobei a und b von Null verschiedene ganze Zahlen sowie m und n natürliche Zahlen sind.

Folgern Sie aus den Potenzgesetzen für natürliche Potenzen ganzer Zahlen, dass für rationale Zahlen $r \neq 0$ und $s \neq 0$ sowie ganze Zahlen e und h gilt

$$(r \cdot s)^e = r^e \cdot s^e, \quad r^{e+h} = r^e \cdot r^h, \quad (r^e)^h = r^{e \cdot h}.$$

40. Ist $f : M \rightarrow M$ eine bijektive Abbildung und g ihre Umkehrabbildung, so definieren wir für natürliche Zahlen m und n

$$f^{m-n} = f^m \circ g^n.$$

Prüfen Sie nach, dass dies korrekt ist. Welche der obigen Potenzgesetze übertragen sich auf diesen Fall?