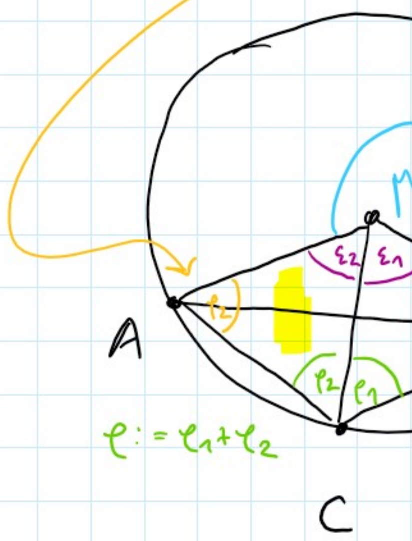
A13a



$\mu > 180°$

Die Dreiecke ACM und MBC sind gleichschenklig.

Deshalb gilt $\underbrace{2\varphi_2 + \varepsilon_2 = 180°}_{\text{I}}$

und $\underbrace{2\varphi_1 + \varepsilon_1 = 180°}_{\text{II}}$.

Außerdem $360° = \mu + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

Addiere Gleichung I und II:

$$2\varphi_1 + \varepsilon_1 + 2\varphi_2 + \varepsilon_2 = 360°$$

Stelle um: $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 360° - \mu$ und setze hier

ein: $2\varphi_1 + 2\varphi_2 + (360° - \mu) = 360° \quad | + \mu$

Damit: $2 \cdot (\underbrace{\varphi_1 + \varphi_2}_{=\varphi}) = \mu$

13b1

AKC und ALM haben beide einen rechten Winkel.

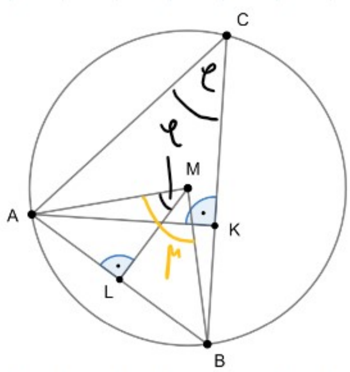
Der Winkel $\varphi := \sphericalangle ACB$ ist Peripheriewinkel zur Sehne $\overline{AB}$

und Zentriwinkel μ.

$\overline{LM}$ ist als Höhe in AMB

auch Winkelhalbierende

vom μ. Daher nach Peripheriewinkelsatz: $\frac{1}{2}\mu = \varphi = \sphericalangle AML$



Periewinkelsatz: $\frac{1}{2}\mu = \varepsilon = \measuredangle AML$

Demnach sind die Winkel ~~paar~~ im AKC und ALM paarweise gleich, also AKC ähnlich zu ALM.

b2 Wegen b1 gibt es eine maßstäbliche Vergrösserung mit Faktor k: $\quad k \cdot |AM| = |AC|$, $\; k \cdot |AL| = |AK|$

Stelle dies um zu: $\quad \frac{|AK|}{|AL|} = k = \frac{|AC|}{|AM|} \iff |AK| = |AL| \frac{|AC|}{|AM|}$

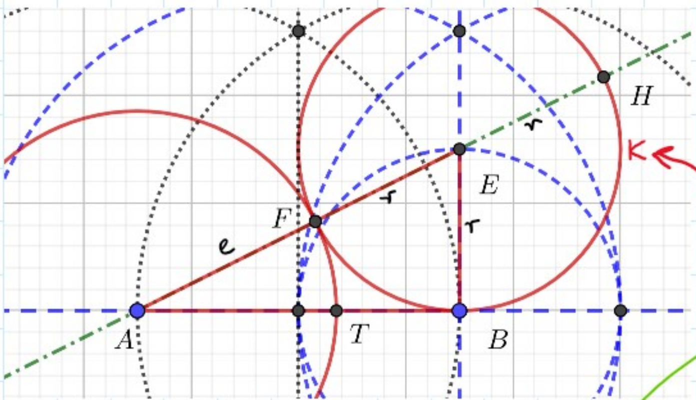
Nun Fläche des Dreiecks ABC: $\quad F_{ABC} = \frac{1}{2} |BC| \cdot |AK| =$

$$= \frac{1}{2} |BC| \cdot \underbrace{|AL|}_{=\frac{1}{2}|AB|} \cdot \frac{|AC|}{|AM|} = \frac{1}{4} \cdot \frac{|BC| \cdot |AB| \cdot |AC|}{|AM|} \qquad \square$$

$= \frac{1}{2}|AB|$ weil Mittelsenkrechte ist Höhe im gleichschenkligen Dreieck

A14

A — T — B $\qquad \frac{|AB|}{|AT|} = \frac{|AT|}{|TB|}$



$r := \frac{1}{2}|AB| = |EB|$

$= |EH|$

$e := |AF| = |AT|$

$\underbrace{\quad}_{r}$ $\underbrace{\quad}_{e}$

Der Sehnen-Tangentensatz (zu K, Satz 1.25) liefert

$|AB|^2 = |AF| \cdot |AH|$

Zusammen mit $|AH| = |AF| + 2r$ liefert das

$(2r)^2 = e\,(e + 2r)$

$$(2r)^2 = \ell(\ell+2r)$$

$$\Rightarrow \quad (2r)^2 = \ell^2 + 2r\ell \qquad | -2r\ell$$

$$\Rightarrow \quad (2r)^2 - 2r\ell = \ell^2$$

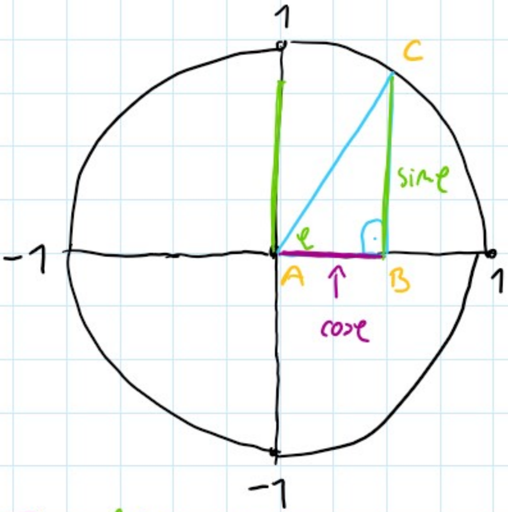
$$\Rightarrow \quad (2r)(2r) - (2r)\ell = \ell^2$$

$$\Rightarrow \quad (2r)\cdot(2r-\ell) = \ell^2 \qquad | :\ell \,, \quad :(2r-\ell)$$

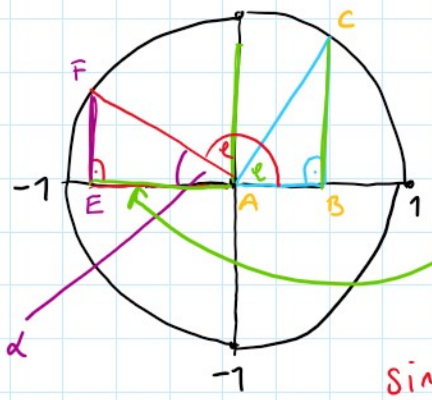
Damit $$\frac{|AB|}{|AT|} = \frac{2r}{\ell} = \frac{\ell}{\underbrace{2r-\ell}_{= |AB| - |AT|}} = \frac{|AT|}{|TB|} \quad \square$$

$$\frac{2r}{\ell}\,\frac{(2r-\ell)}{(2r-\ell)} = \frac{\ell}{2r-\ell}$$

Einheitskreis



$$\sin\varphi \overset{VL}{=} \frac{\text{Geg}}{\text{Hyp}} = \frac{|CB|}{|AC|} = |CB|$$



$|FA| = \cos\varphi$

$$\boxed{\cos\varphi} = \frac{\text{Ank}}{\text{Hyp}} = \frac{|AB|}{1} = |AB|$$

$\sin\varphi = \sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{|EF|}{|AF|} = |EF|$$

$\varphi = 180 - \alpha$