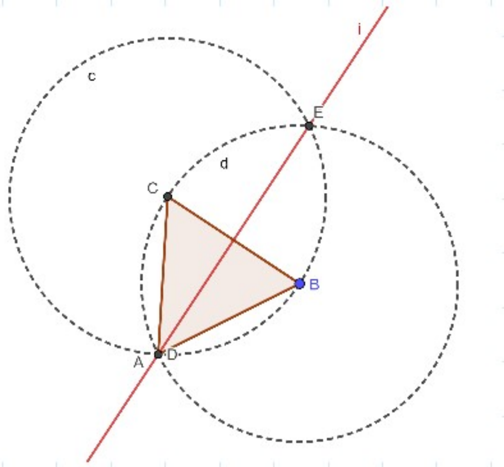
10

Dienstag, 21. Juni 2022 18:02

Aufgabe 28 *(Globalübung, 6 Punkte)* Vorgelegt sei ein gleichseitiges Dreieck. Konstruieren Sie eine Gerade ~~g~~ i, für die gilt: die Spiegelung an ~~g~~ i bildet das Dreieck auf sich selbst ab.

Hinweis 1: Beachten Sie, dass Sie begründen müssen, warum das Dreieck auf sich selbst abgebildet wird.



KB

1) Mittelsenkrechte i zu C und B konstruieren

Behauptung σ_i bildet ABC auf ABC ab.

Begründung Da i MS von C und B, gilt nach Def. Spiegelung, dass $\sigma_i(B) = C$ und $\sigma_i(C) = B$. Nach VL ist σ_i streckentreu, also: $\sigma_i(\overline{CB}) = \overline{BC}$ $(= \overline{CB})$

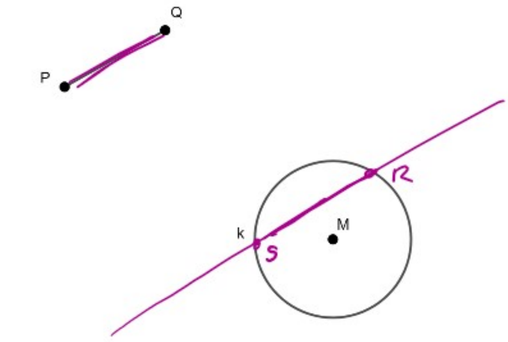
Weil ABC gleichseitig ist, ist $A \in i$, also $\sigma_i(A) = A$

Es gilt $\sigma_i(\overline{AB}) = \overline{AC}$ wegen streckentreue und

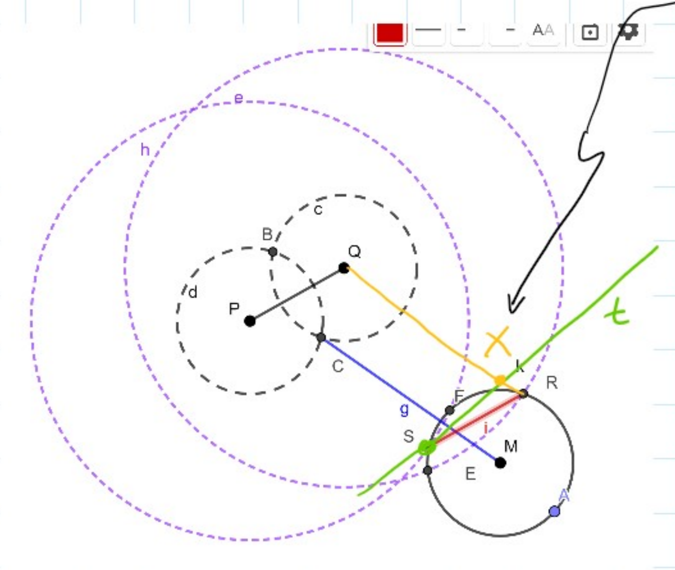
genauso $\sigma_i(\overline{AC}) = \overline{AB}$ ——— " ———.

Insgesamt $\sigma_i(ABC) = A'B'C'$ $\square$

Aufgabe 30 *(Globalübung, 9 Punkte)* Gegeben seien zwei Punkte P und Q sowie der ein Kreis k mit Mittelpunkt M wie in folgender Figur.



Konstruieren Sie zwei Punkte $R \in k$ und $S \in k$, so dass $|RS| = |PQ|$ und $RS \| PQ$ gilt.



Position von X ist laut Beweis anders, nämlich $X=R$

KB

0) $A \in k$ beliebig
1) Kreis c um Q mit Radius $|MA|$
2) Kreis d um P mit Radius $|MA|$
3) $\{C, B\} := c \cap d$
4) Kreis h um Q mit Radius $|CM|$, $\{R, E\} := k \cap h$
5) Kreis e um P mit Radius $|CM|$, $\{F, S\} := e \cap k$

Bch $|SR| = |PQ|$ und $SR \| PQ$

Begründung $\boxed{1}$ Wegen $|CQ| = |MR|$ und $|CM| = |QR|$ ist CQMR ein Parallelogramm

$\boxed{2}$ Wegen $|CP| = |MS|$ und $|CM| = |PS|$ ist CPSM ein Parallelogramm

$\boxed{3}$ Wegen $\boxed{1}$ und $\boxed{2}$ ist $PS \| QR$

$\boxed{4}$ Sei t eine Gerade mit $S \in t$ und $t \| PQ$

Sei $X := t \cap QR$. Also $XQ \| PS$ und $PQ \| SX$

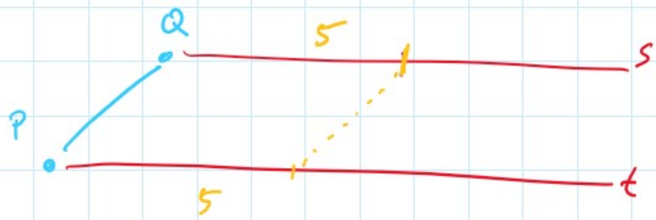
also XQPS ein Parallelogramm. Also $|PQ| = |SX|$

also XQPS ein Parallelogramm. Also $|PQ| = |SX|$

und $|PS| = |QX|$ also $|QX| = |PS| = |CM| = |QR|$

also $X = R$. Damit PQRS Parallelogramm

und damit gilt ☺



$s \parallel t$