

fig 1: T

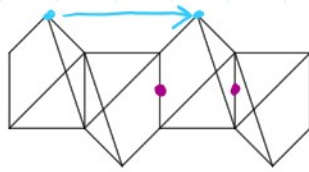


fig 2: TP

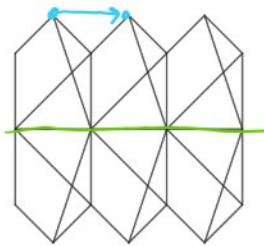


fig 3: TH

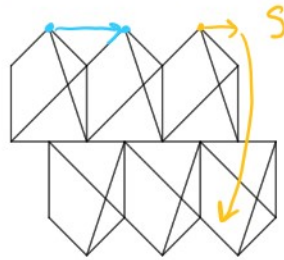


fig 4: TS

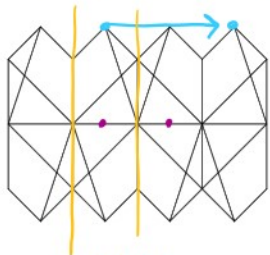


fig 5: TVP

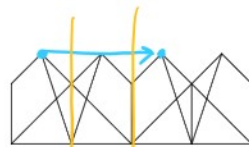


fig 6: TV

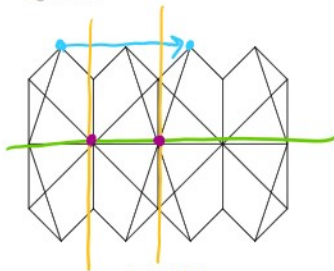


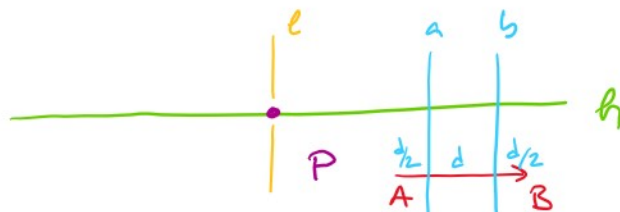
fig 7: THV

- 1 Nur Translationssymmetrie (T)
- 2 (T) und Schubspiegelungssymmetrie (S)
- 3 (T) und Achsensymmetrie an horizontaler Achse (H), dadurch auch (S)
- 4 (T) und Achsensymmetrie an vertikalen Achsen (V)
- 5 (T) und Punktsymmetrie (P)
- 6 (T), (H) und (V), dadurch auch (S) und (P)
- 7 (T), (V) und (P), dadurch auch (S)



Aufgabe 36 (Globalübung, 2 + 2 + 2 + 2 Punkte) Zeigen Sie, die folgenden Aussagen der Vorlesung über Symmetrien von Bandornamenten:

- a Aus (P) und (H) folgt (V).
- b Aus (P) und (S) folgt (V).
- c Aus (V) und (H) folgt (P).
- d Aus (V) und (S) folgt (P).



Lösung Es bezeichne σ_h die Spiegelung an der horizontalen Achse h . Falls (P) vorliegt,

d Aus (V) und (S) folg (P)



Lösung Es bezeichne σ_h die Spiegelung an der horizontalen Achse h . Falls (P) vorliegt, sei P der Spiegelpunkt und l eine vertikale Achse durch P . Falls (V) vorliegt, sei l eine vertikale Achse und $P := h \cap l$.

Lösung a Wir rechnen

$$\delta_{P,180^\circ} \circ \sigma_h = \underbrace{\sigma_l \circ \sigma_h \circ \sigma_h}_{= id} = \sigma_l.$$

$$= \sigma_l \circ id //$$

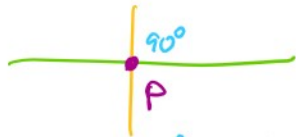
Lösung b Wir rechnen

$$\delta_{P,180^\circ} \circ \sigma_h \circ \tau_{AB} = \underbrace{\sigma_l \circ \sigma_h \circ \sigma_h}_{= id} \circ \tau_{AB} = \sigma_l \circ \tau_{AB} = \sigma_l \circ \sigma_a \circ \sigma_b = \sigma_v.$$

Das vorletzte Gleichheitszeichen liefert Satz 3.2 und das letzte Satz 3.4.

Lösung c Wir Rechnen

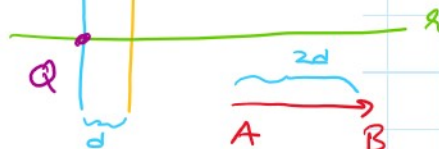
$$\sigma_l \circ \sigma_h = \delta_{P,180^\circ}.$$



Lösung d Wir Rechnen:

(weil $\sigma_l \circ \sigma_h$ Punktspiegelung ist)

$$\begin{aligned} \sigma_l \circ \sigma_h \circ \tau_{AB} &= \\ &= \sigma_h \circ \sigma_l \circ \tau_{AB} = \end{aligned}$$



(weil Verschiebung durch Spiegelung an zwei parallelen Achsen geschrieben werden kann, können wir l als eine der Achsen wählen, die zweite Achse heiße a)

$$\begin{aligned} &= \sigma_h \circ \sigma_l \circ \underbrace{\sigma_l \circ \sigma_a}_{id} = \underbrace{\sigma_h \circ \sigma_a}_{= \delta_{Q,180^\circ}} = \\ &= \delta_{Q,180^\circ}. \end{aligned}$$

(sei $Q := a \cap h$)