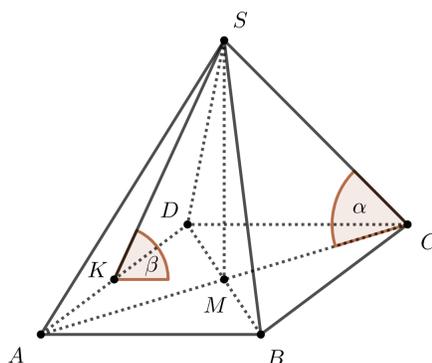


Elementare Geometrie ☺ Übung 07

Aufgabe 19 (*Tutorium, 4 Punkte*) Überprüfe den Eulerschen Polyedersatz an einem Prisma und an einer Pyramide, jeweils mit einem n -Eck als Grundfläche.

Aufgabe 20 (*Globalübung, 5 + 3 + 3 Punkte*) Vorgelegt sei eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche der Seitenlänge $a := |AB|$ und Höhe $h := |MS|$ wie in folgender Figur. Der Punkt K sei dort der Mittelpunkt von \overline{AD} .

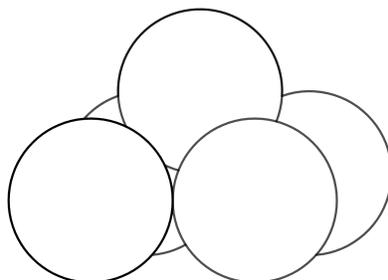


a Berechnen Sie folgenden Größen in Abhängigkeit von a und/oder h :

$$|AM|, |AS|, |BS|, |CS|, |DS|, |KS|, \tan \alpha, \tan \beta.$$

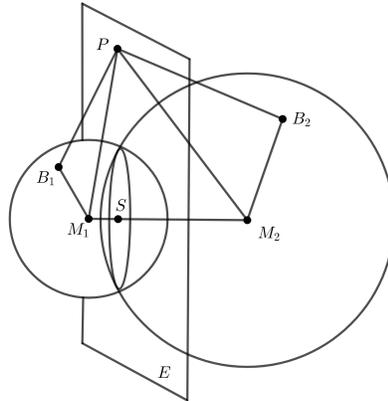
b Für die Pyramide gelte nun $a = |AS| = |AB|$. Berechnen Sie h, α und β .

c Vorgelegt sei eine „quadratische Kugelpyramide“ von identischen Kugeln mit Radius r . Damit ist gemeint, dass die unteren vier Kugeln sich in vier Punkten berühren und „ 2×2 -quadratisch“ ausgelegt sind. Die obere Kugel berührt jede der unteren Kugeln.



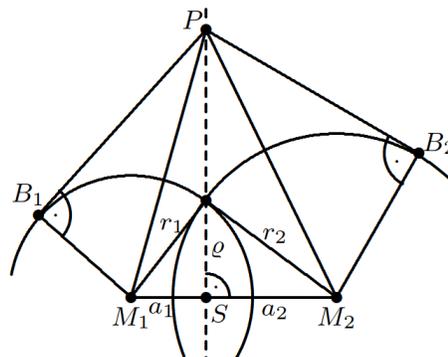
Berechnen Sie die Höhe der „Kugelpyramide“.

Aufgabe 21 (Globalübung, 6 Punkte) Zwei Kugelflächen mit den Mittelpunkten M_1, M_2 und den Radien r_1, r_2 schneiden sich in einem Kreis. Es seien P ein Punkt der Schnittekreisenebene E außerhalb der Kugeln sowie B_1, B_2 die Berührungspunkte zweier Tangenten von P aus an die Kugeln. Weiter sei S der Schnittpunkt von E und $\overline{M_1M_2}$.



<https://www.geogebra.org/m/vp6xp9cx>

In der folgenden Figur sei $a_1 := |M_1S|, a_2 := |M_2S|$ und ρ der Radius des Schnittkreises S .



Zeigen Sie, dass $|PB_1|^2 = |PB_2|^2$ gilt, indem Sie eine gültige Gleichungskette

$$|PB_1|^2 = \dots = |PB_2|^2$$

hinschreiben, in der folgende Terme je genau einmal vorkommen:

$$|PS|^2 + a_1^2 - r_1^2, \quad |PS|^2 + a_2^2 - r_2^2, \quad |PM_1|^2 - r_1^2, \quad |PM_2|^2 - r_2^2, \quad |PS|^2 - \rho^2.$$

Begründen Sie die Gültigkeit jeder Gleichung.

Hinweis: Eingereichte Hausaufgaben können nur dann als 'sinnvoll bearbeitet' bewertet werden, wenn sie mithilfe des bis zu diesem Zeitpunkt behandelten Stoff der Vorlesung bearbeitet wurden.

https://www.math.uni-bielefeld.de/~juhing/2022_SS/EG/tips.html

Abgabe: bis zum Montag, den 30. Mai 2022, 12 Uhr