Universität Bielefeld
Dr. Daniel Frohn
Dr. Jason Uhing Sommersemester 2022

# Elementare Geometrie ☺ Übung 08

**Aufgabe 22** *(Tutorium, 2 + 2 + 2 Punkte)* Auf der Folie 132 der Vorlesung wird die *Umkugel* behandelt.

**a** Erstellen Sie mit GeoGebra einen Würfel zusammen mit drei verschiedenen Lotebenen durch Mittelpunkte von Kanten. Bestimmen Sie mit geeigneten Funktionen von GeoGebra den Schnittpunkt dieser Lotebenen. Fügen Sie dann die Umkugel des Würfels hinzu.

<u>Hinweis:</u> *Reichen Sie ihr Bild zum Beispiel als Screenshot ein. Zur besseren Veranschaulichung verwenden Sie Farben und eine geeignete Perspektive.*

**b** Begründen Sie, dass sich *alle* Lotebenen durch die Mittelpunkte der Kanten eines Würfels in einem Punkt schneiden.

**c** Wir betrachten eine gleichseitige gerade Pyramide mit qaudratischer Grundfläche wie in Aufgabe 20b. Begünden Sie, dass sich die Lotebenen zu den Kanten in dem Mittelpunkt $M$ der Grundfläche schneiden. Begründen Sie, dass ein Oktaeder eine Umkugel besitzt .

**Aufgabe 23** *(Globalübung, 6 Punkte)* Auf der Folie 133 der Vorlesung wird die *Inkugel* behandelt.

**a** Vorgelegt seien zwei Ebenen $E_1$ und $E_2$, die sich in einer Geraden $h$ schneiden, also $h = E_1 \cap E_2$. Es sei $P \in h$ ein Punkt auf $h$. Wir betrachten nun zwei Halbgeraden $g_1 \in E_1$ und $g_2 \in E_2$, die jeweils durch $P$ begrenzt werden und senkrecht zu $h$ sind. Es sei $F$ die Ebene, die $g_1$ und $g_2$ enthält und $w \subset F$ die Winkelhalbierende des Winkels $\angle(g_1, g_2)$ zwischen den Halbgeraden.

Es sei $Q \in w$. Erstellen Sie zunächst mit GeoGebra ein Bild, dass dieser Situation entspricht. Begründen Sie dann, dass $Q$ auf der winkelhalbierenden Ebene zu $E_1$ und $E_2$ liegt.

**b** Wir betrachten eine gleichseitige Pyramide mit quadratischer Grundfläche $ABCD$ und Spitze $S$. Dabei seien $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ die Diagonalen der Grundfläche. Es sei $F$ der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BS}$.

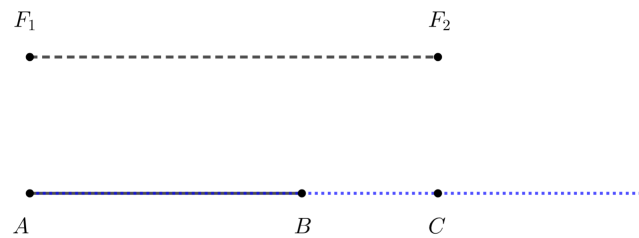
Erstellen Sie zunächst mit GeoGebra ein Bild der Pyramide zusammen mit dem Dreieck $ACF$. Begründen Sie dann, dass ein Oktaeder eine Inkugel besitzt.

<u>Hinweis:</u> *Reichen Sie ihre Bilder zum Beispiel als Screenshot ein. Zur besseren Veranschaulichung verwenden Sie Farben und eine geeignete Perspektive.*

**Aufgabe 24** *(Globalübung, 6 Punkte)* Vorgelegt seien zwei Brennpunkte $F_1$ und $F_2$ einer Hyperbel, eine Halbgerade $[AB$ mit $|AB| < |F_1F_2|$ und ein Punkt $C \in [AB$ mit $|CA| = |F_1F_2|$. Die Hyperbel bestehe aus den Punkten $P$, die $|PF_1| - |PF_2| = |AB|$ erfüllen. Konstruieren Sie:

**a** Zwei Punkte der Hyperbel, die *nicht* in der Strecke $\overline{F_1F_2}$ enthalten sind.

**b** Einen Punkt der Hyperbel, der in der Strecke $\overline{F_1F_2}$ enthalten ist.




<u>Hinweis:</u> *In dieser Aufgabe müssen Sie eine farbige Konstruktion mit Geogebra erzeugen. Die Konstruktionsbeschreibung und die Begründungen sind handschriftlich anzufertigen. Sie können beide Aufgabenteile in einer Konstruktion bzw. Konstruktionsbeschreibung abhandeln.*

<u>Hinweis:</u> *Eingereichte Hausaufgaben können nur dann als 'sinnvoll bearbeitet' bewertet werden, wenn sie mithilfe des bis zu diesem Zeitpunkt behandelten Stoff der Vorlesung bearbeitet wurden.*

`https://www.math.uni-bielefeld.de/~juhing/2022_SS/EG/tipps.html`

**Abgabe: bis zum Dienstag, den 6. Juni 2022, 12 Uhr**