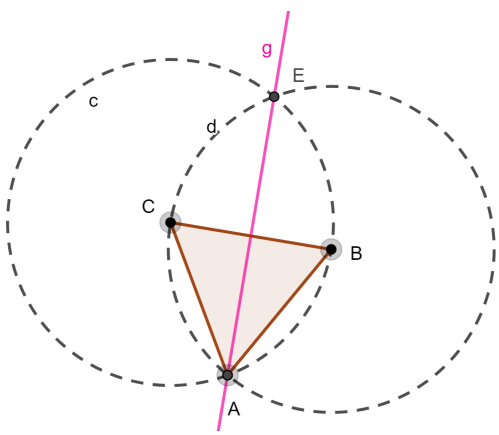
Universität Bielefeld
Dr. Daniel Frohn
Dr. Jason Uhing Sommersemester 2022

Elementare Geometrie ☺ Übung 10

Aufgabe 28 *(Globalübung, 6 Punkte)* Vorgelegt sei ein gleichseitiges Dreieck. Konstruieren Sie eine Gerade g, für die gilt: die Spiegelung an g bildet das Dreieck auf sich selbst ab.

Hinweis 1: *Beachten Sie, dass Sie begründen müssen, warum das Dreieck auf sich selbst abgebildet wird.*

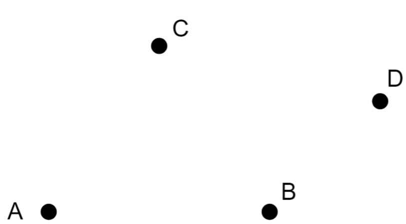
Hinweis 2: *In dieser Aufgabe müssen Sie die Konstruktion mit Zirkel und Lineal und die Konstruktionsbeschreibung handschriftlich anfertigen.*



1	Punkt A	Punkt auf xAchse
2	Punkt B	Punkt auf yAchse
3	Vieleck Vieleck1	Vieleck(A, B, 3)
3	Strecke f	Strecke A, B
3	Strecke g_1	Strecke B, C
3	Punkt C	Vieleck(A, B, 3)
3	Strecke h	Strecke C, A
4	Kreis c	Kreis durch B mit Mittelpunkt C
5	Kreis d	Kreis durch C mit Mittelpunkt B
6	Punkt D	Schnittpunkt von d, c
6	Punkt E	Schnittpunkt von d, c
7	Gerade g	Linie E, A

Begründung Weil g die Mittelsenkrechte ist, bildet eine Spiegelung B auf C und C auf B ab. Weil das Dreieck gleichseitig ist, gilt $A \in g$ und somit ist A Fixpunkt der Spiegelung. Außerdem werden nach Vorlesung Strecken auf Strecken abgebildet: $\overline{AB}$ auf $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ auf $\overline{CB}$. Also wird das Dreieck auf sich selbst abgebildet. $\square$

Aufgabe 29 *(Tutorium, 6 Punkte)* Vorgelegt seien vier Punkte wie in folgender Figur:



Wir betrachten eine Drehung mit Drehzentrum A, die C auf B abbildet. Konstruieren Sie den Bildpunkt von D unter dieser Drehung.

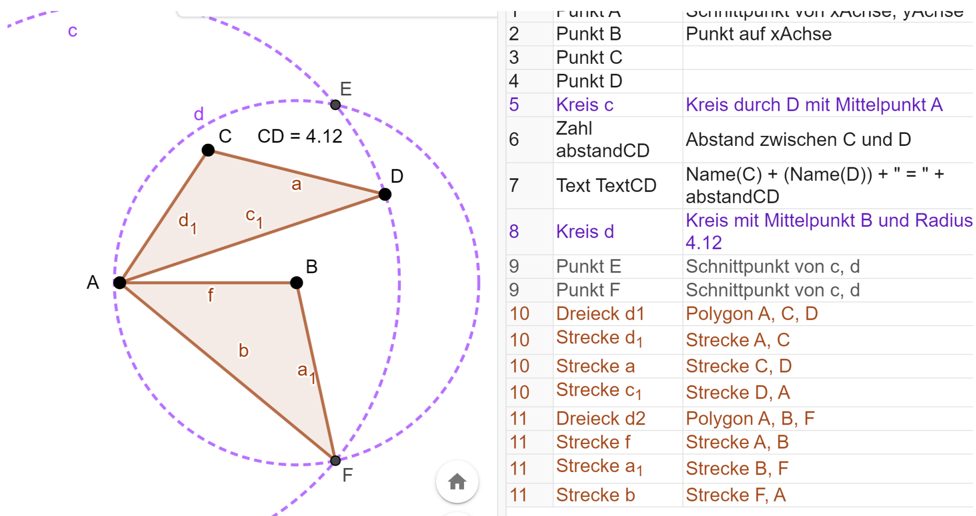
<u>*Hinweis:*</u> *In dieser Aufgabe müssen Sie eine Konstruktion mit GeoGebra (die GeoGebradatei, die Sie als Vorlage verwenden müssen, erhalten Sie auf der Homepage) oder manuell (drucken Sie die vorletzte Seite des Übungsblattes aus und konstruieren Sie auf dem Ausdruck) anfertigen. Die Konstruktionsbeschreibung muss handschriftlich angefertigt werden.*

Lösung

Konstruktionsbeschreibung

1 Kreis c um A durch D.

2 Kreis d um B mit Radius $|CD|$, $d \cap c = \{E, F\}$.



1	Punkt A	Schnittpunkt von xAchse, yAchse
2	Punkt B	Punkt auf xAchse
3	Punkt C	
4	Punkt D	
5	Kreis c	Kreis durch D mit Mittelpunkt A
6	Zahl abstandCD	Abstand zwischen C und D
7	Text TextCD	Name(C) + (Name(D)) + " = " + abstandCD
8	Kreis d	Kreis mit Mittelpunkt B und Radius 4.12
9	Punkt E	Schnittpunkt von c, d
9	Punkt F	Schnittpunkt von c, d
10	Dreieck d1	Polygon A, C, D
10	Strecke d_1	Strecke A, C
10	Strecke a	Strecke C, D
10	Strecke c_1	Strecke D, A
11	Dreieck d2	Polygon A, B, F
11	Strecke f	Strecke A, B
11	Strecke a_1	Strecke B, F
11	Strecke b	Strecke F, A

Behauptung F ist der gesuchte Bildpunkt.

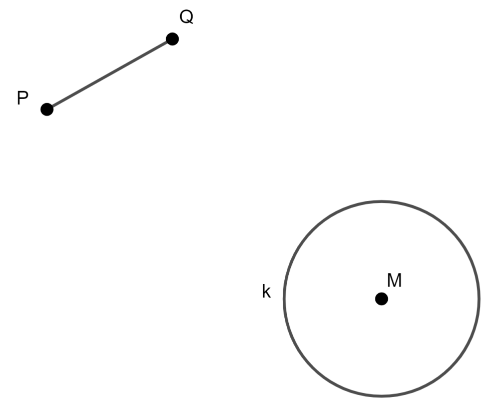
Begründung Eine Drehung erhält Abstände, daher sind die Dreiecke ACD und ABF nach SSS kongruent. Der Drehwinkel der Drehung ist $\angle ABC$. Wir berechnen

$$\angle FAD = \angle FAB + \angle BAD = \angle DAC + \angle BAD = \angle BAC.$$

Damit gilt für den Drehwinkel

$$\angle CAB = 360° - \angle BAC = 360° - \angle FAD = \angle DAF.$$

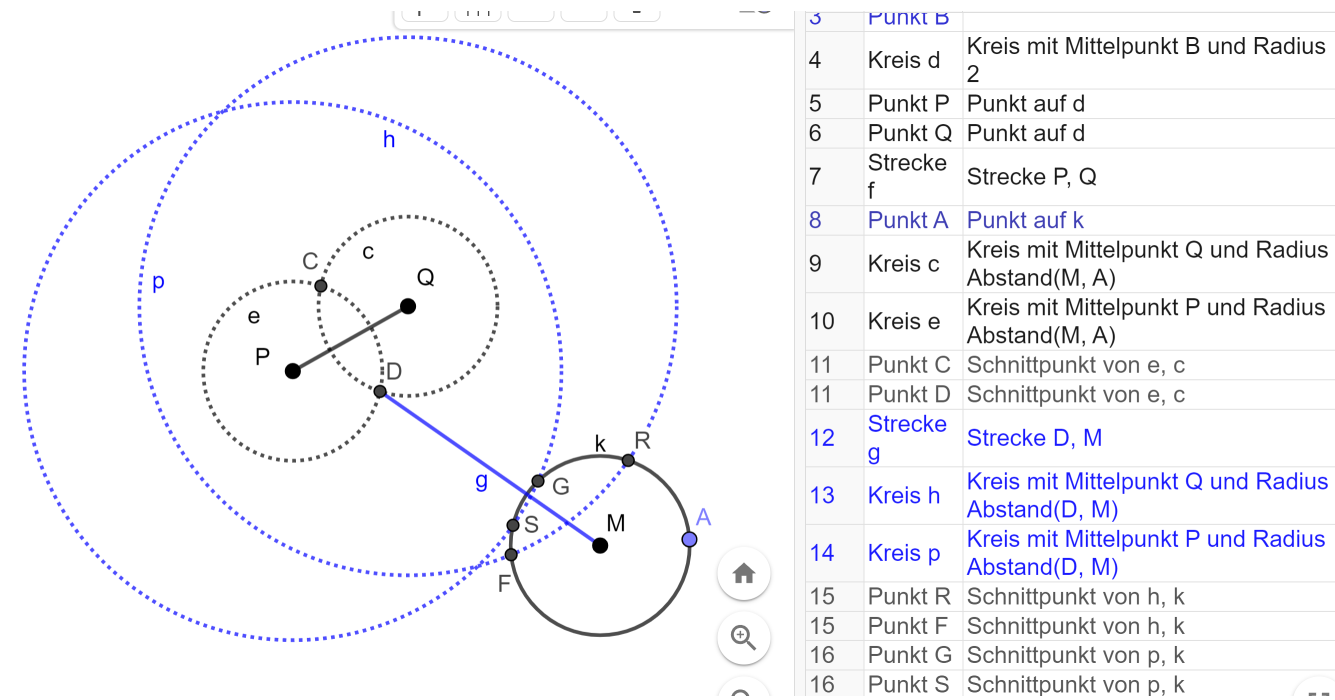
Aufgabe 30 *(Globalübung, 9 Punkte)* Gegeben seien zwei Punkte P und Q sowie der ein Kreis k mit Mittelpunkt M wie in folgender Figur.



Konstruieren Sie zwei Punkte $R \in k$ und $S \in k$, so dass $|RS| = |PQ|$ und $RS \| PQ$ gilt.

Hinweis: *In dieser Aufgabe müssen Sie eine Konstruktion mit GeoGebra (die GeoGebradatei, die Sie als Vorlage verwenden müssen, erhalten Sie auf der Homepage) oder manuell (drucken Sie die letzte Seite des Übungsblattes aus und konstruieren Sie auf dem Ausdruck) anfertigen. Die Konstruktionsbeschreibung muss handschriftlich angefertigt werden.*

Lösung Wir wählen einen Punkt A auf k. Der Radius des Kreises ist also $r := |AM|$.

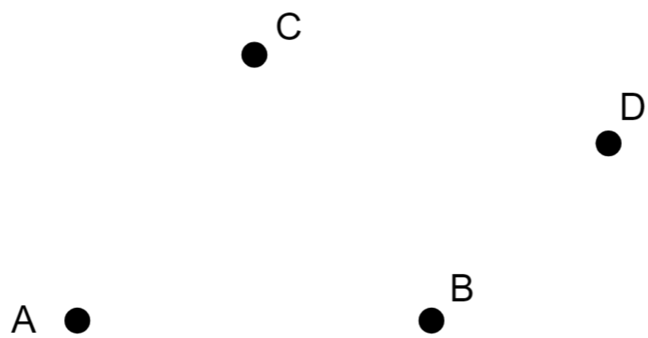


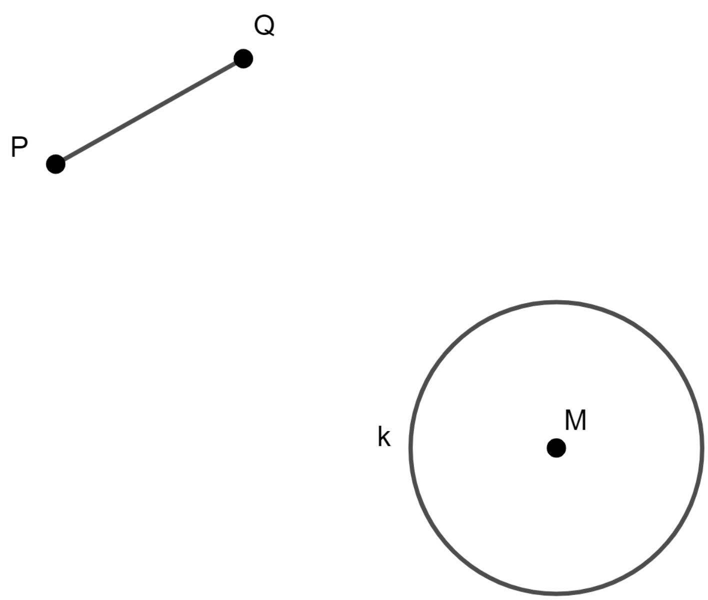
Behauptung R und S erfüllen die Bedingungen der Aufgabe.
Begründung Zu zeigen ist, dass $PQSR$ ein Parallelogramm ist. Wegen $|DQ| = |MR|$ und $|QR| = |DM|$ ist $DQMR$ ein Parallelogramm. Analog folgt, dass $DPSM$ ein Parallelogramm ist. Damit ist $QR \| PS$. Sei nun t eine Gerade durch S, die parallel zu PQ ist und $X := t \cap QR$. Dann ist $PQSX$ ein Parallelogramm, also $|PQ| = |SX|$ und damit $|QX| = |PS| = |DM| = |QR|$ also $X = R$. $\square$

Hinweis: *Eingereichte Hausaufgaben können nur dann als 'sinnvoll bearbeitet' bewertet* *werden, wenn sie mithilfe des bis zu diesem Zeitpunkt behandelten Stoff der Vorlesung bearbeitet wurden.*

`https://www.math.uni-bielefeld.de/~juhing/2022_SS/EG/tipps.html`

Abgabe: bis zum Montag, den 20. Juni 2022, 12 Uhr


C
D
A
B


Q
P
M
k