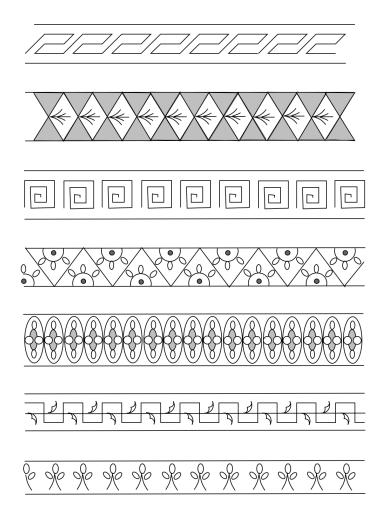
Dr. Daniel Frohn

Dr. Jason Uhing

Sommersemester 2022

Elementare Geometrie © Übung 12

Aufgabe 34 (*Tutorium*, 7 *Punkte*) Betrachten Sie folgende Bandornamente. Welche der Symmetrien (T), (S), (P), (H) oder (V) liegen vor? Welcher der sieben Typen liegt vor? Begründen Sie, warum es sich um die jeweiligen Typen handelt, indem Sie Spiegelachsen und Spiegelpunkte einzeichnen.



Lösung Wir numerieren die Bänder von oben nach unten mit 1 bis 7 durch. Leider fehlen noch Skizzen der Achsen und Spiegelpunkte (siehe Globalübung).

Zu 1 (T), (P)
$$\rightarrow$$
 Typ 5

$$\mathbf{Zu}\ \mathbf{2}\quad (\mathrm{T}),\!(\mathrm{H})\quad \rightarrow \mathrm{dadurch}\ (\mathrm{S})\quad \rightarrow \mathrm{Typ}\ \mathbf{3}$$

Zu 3 (T)
$$\rightarrow$$
 Typ 1

Zu 6 (T), (S)
$$\rightarrow$$
 Typ 2

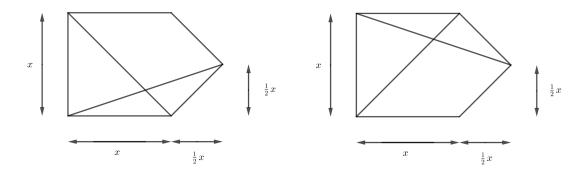
$$\mathbf{Zu}\ \mathbf{5}\quad (\mathrm{T}),\, (\mathrm{H}),\, (\mathrm{V})\quad \rightarrow \mathrm{dadurch}\ (\mathrm{S})\ \rightarrow \mathrm{Typ}\ \mathbf{6}$$

Zu 4 (T), (P), (V)
$$\rightarrow$$
 dadurch (S) \rightarrow Typ 7

Zu 7 (T), (V)
$$\rightarrow$$
 Typ 4

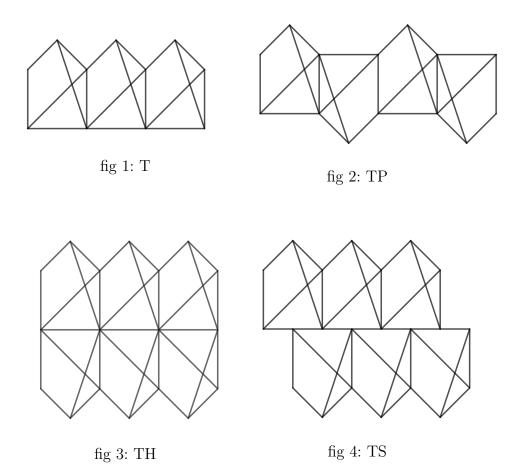
Aufgabe 35 (Globalübung, 6 + 8* Punkte)

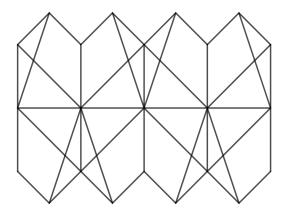
Skizzieren Sie mindestens 3 Bandornamente verschiedenen Typs unter Verwendung der folgenden Figuren:



Begründen Sie, warum es sich um die jeweiligen Typen handelt, indem Sie Spiegelachsen und Spiegelpunkte einzeichnen.

Lösung Leider fehlen noch die Spiegelachsen und Spiegelpunkte (siehe Globalübung).





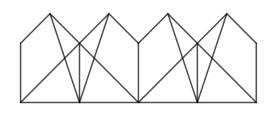


fig 6: TV

fig 5: TVP

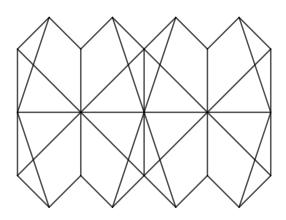


fig 7: THV

Aufgabe 36 (Globalübung, 2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte) Zeigen Sie, die folgenden Aussagen der Vorlesung über Symmetrien von Bandornamenten:

- **a** Aus (P) und (H) folgt (V).
- **b** Aus (P) und (S) folgt (V).
- ${f c}$ Aus (V) und (H) folgt (P).
- d Aus (V) und (S) folgt (P).

Lösung Es bezeichne σ_h die Spiegelung an der horizontalen Achse h. Falls (P) vorliegt, sei P der Spiegelpunkt und l eine vertikale Achse durch P. Falls (V) vorliegt, sei l eine vertikale Achse und $P := h \cap l$.

Lösung a Wir rechnen

$$\delta_{P,180^{\circ}} \circ \sigma_h = \sigma_l \circ \sigma_h \circ \sigma_h = \sigma_l.$$

Lösung b Wir rechnen

$$\delta_{P,180^{\circ}} \circ \sigma_h \circ \tau_{\overrightarrow{AB}} = \sigma_l \circ \sigma_h \circ \sigma_h \circ \tau_{\overrightarrow{AB}} = \sigma_l \circ \tau_{\overrightarrow{AB}} = \sigma_l \circ \sigma_a \circ \sigma_b = \sigma_v.$$

Das vorletzte Gleichheitszeichen liefert Satz 3.2 und das letzte Satz 3.4.

Lösung c Wir Rechnen

$$\sigma_l \circ \sigma_h = \delta_{P.180^{\circ}}$$
.

Lösung d Wir Rechnen:

$$\sigma_l \circ \sigma_h \circ \tau_{\overrightarrow{AB}} =$$

(weil $\sigma_l \circ \sigma_h$ Punktspiegelung ist)

$$= \sigma_h \circ \sigma_l \circ \tau_{\overrightarrow{AB}} =$$

(weil Verschiebung durch Spiegelung an zwei parallelen Achsen geschrieben werden kann, können wir l als eine der Achsen wählen, die zweite Achse heiße a)

$$=\sigma_h\circ\sigma_l\circ\sigma_l\circ\sigma_a=\sigma_h\circ\sigma_a=$$

(sei
$$Q\coloneqq a\cap h)$$

$$=\delta_{Q,180^\circ}.$$

<u>Hinweis:</u> Eingereichte Hausaufgaben können nur dann als 'sinnvoll bearbeitet' bewertet werden, wenn sie mithilfe des bis zu diesem Zeitpunkt behandelten Stoff der Vorlesung bearbeitet wurden.

https://www.math.uni-bielefeld.de/~juhing/2022_SS/EG/tipps.html

Abgabe: bis zum Montag, den 27. Juni 2022, 12 Uhr