

## Graphentheorie ☺ Übung 08

**Aufgabe 20** Es sei  $D = (V, E)$  ein azyklischer Digraph. Zeigen Sie, dass es eine Bijektion  $f : V \rightarrow \{1, \dots, |V|\}$  gibt, so dass für jede Kante  $(u, v) \in E$  gilt :  $f(u) \leq f(v)$ . Eine solche Bijektion nennt man topologische Sortierung von  $D$ .

*Hinweis:* Der Algorithmus von Kahn

<https://www.youtube.com/watch?v=cIBFEhD77b4>

erzeugt eine topologische Sortierung.

**Definition** Sei  $G$  ein zusammenhängender Graph. Eine Separierung von  $G$  besteht aus Teilgraphen  $G_1, G_2 \subset G$ , so dass gilt:

- 1  $G_1, G_2$  zusammenhängend
- 2  $E(G) = E(G_1) \uplus E(G_2)$
- 3  $G_1 \neq E_1 \neq G_2$
- 4  $|V(G_1) \cap V(G_2)| = 1$

Der Knoten  $\{v\} = V(G_1) \cap V(G_2)$  heißt separierender Knoten. Falls  $G$  zusammenhängend ist und keinen separierenden Knoten enthält, heißt  $G$  unseparierbar.

**Aufgabe 21** Sei  $G$  ein Graph und  $e \in E(G)$ . Zeigen Sie:

- 1  $G/e$  zusammenhängend  $\Leftrightarrow G$  zusammenhängend
- 2  $G - e$  unseparierbar und  $e$  keine Schleife  $\Rightarrow G$  unseparierbar
- 3  $G/e$  unseparierbar und  $e$  weder Schleife noch Brücke  $\Rightarrow G$  unseparierbar

**Aufgabe 22** Diese Aufgabe wird Ihnen in den Übungen gestellt.