

Graphentheorie ☺ Übung 08

Aufgabe 20 Es sei $D = (V, E)$ ein azyklischer Digraph. Zeigen Sie, dass es eine Bijektion $f : V \rightarrow \{1, \dots, |V|\}$ gibt, so dass für jede Kante $(u, v) \in E$ gilt : $f(u) \leq f(v)$. Eine solche Bijektion nennt man topologische Sortierung von D .

Hinweis: Der Algorithmus von Kahn

<https://www.youtube.com/watch?v=cIBFEhD77b4>

erzeugt eine topologische Sortierung.

Definition Sei G ein zusammenhängender Graph. Eine Separierung von G besteht aus Teilgraphen $G_1, G_2 \subset G$, so dass gilt:

- 1 G_1, G_2 zusammenhängend
- 2 $E(G) = E(G_1) \uplus E(G_2)$
- 3 $G_1 \neq E_1 \neq G_2$
- 4 $|V(G_1) \cap V(G_2)| = 1$

Der Knoten $\{v\} = V(G_1) \cap V(G_2)$ heißt separierender Knoten. Falls G zusammenhängend ist und keinen separierenden Knoten enthält, heißt G unseparierbar.

Aufgabe 21 Sei G ein Graph und $e \in E(G)$. Zeigen Sie:

- 1 G/e zusammenhängend $\Leftrightarrow G$ zusammenhängend
- 2 $G - e$ unseparierbar und e keine Schleife $\Rightarrow G$ unseparierbar
- 3 G/e unseparierbar und e weder Schleife noch Brücke $\Rightarrow G$ unseparierbar

Aufgabe 22 Diese Aufgabe wird Ihnen in den Übungen gestellt.