Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing Wintersemester 2021/2022

Graphentheorie ☺ Übung 11

Aufgabe 29

a Es sei M ein Matching eines Graphen G. Zeigen Sie, dass M genau dann perfekt ist, wenn $|M| = \frac{1}{2}|V(G)|$ gilt.

b Hat der Petersen-Graph ein perfektes Matching?

c Für welche $n \geq 3$ hat das <u>Rad</u> $W_n := C_n * K_1$ ein perfektes Matching?

d Für welche $n \geq 1$ hat K_n ein perfektes Matching?

e Für welche $n, m \geq 1$ hat $K_{n,m}$ ein perfektes Matching?

Aufgabe 30

a Sei G ein n-regulärer bipartiter Graph mit $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass G ein perfektes Matching hat.

b Es sei I eine endliche Indexmenge und $\mathcal{A} := (A_i : i \in I)$ eine Familie von Teilmengen einer endlichen Menge A. Eine <u>Transversale</u> der Familie $\mathcal{A}$ ist eine Menge $\{a_i \mid i \in I\}$ paarweise verschiedener Elemente mit $a_i \in A_i$ für alle $i \in I$. Zeigen Sie mit dem Satz von Hall:

$$\mathcal{A} \text{ hat eine Transversale} \quad \Leftrightarrow \quad \forall J \subset I : \left|\bigcup_{i \in I} A_i\right| \geq |J|.$$

Aufgabe 31 Diese Aufgabe wird Ihnen in den Übungen gestellt.

Abgabe: bis zum Dienstag den 18.01.2022 um 12 Uhr in den Lernräumen der Tutorinnen.