

Graphentheorie ☺ Übung W

Definition Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und $e = xy \in E$ mit $x \neq y$. Ein Graph H geht durch Unterteilung von e aus G hervor, indem man eine zusätzliche Ecke $v \notin V$ wie folgt einfügt:

$$V(H) := V(G) \uplus \{v\}, \quad E(H) := E(G) \setminus \{e\} \cup \{xv, yv\}.$$

Ein Graph H heißt Unterteilung von G , wenn H aus G durch endlich viele Unterteilungen von Kanten hervorgeht.

- 1 Es sei G 2-zusammenhängend und H gehe aus G durch Unterteilung einer Kante hervor. Zeigen Sie, dass H 2-zusammenhängend ist.
- 2 Es sei G 3-zusammenhängend. Zeigen Sie, dass G einen Teilgraphen enthält, der eine Unterteilung von K_4 ist.

Definition Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und $e = xy \in E$, $e' = x'y' \in E$ zwei verschiedene Kanten in G . Konstruiert man aus G die Unterteilung der Kanten e und e' mit neuen Ecken v und v' und fügt die Kante vv' hinzu, so heißt der entstehende Graph H eine Kantenerweiterung von G .

- 3 Zeigen Sie, dass eine Kantenerweiterung eines 3-regulären und 3-zusammenhängenden einfachen Graphen wieder 3-regulär und 3-zusammenhängend ist.
- 4 Zeigen Sie, dass man jeden 3-regulären und 3-zusammenhängenden einfachen Graphen aus K_4 durch eine Folge von Kantenerweiterungen erhalten kann.