Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing Wintersemester 2023/2024

Ausgewählte Kapitel aus der Mathematik

☺

Bonusübung

Aufgabe B1 *(2 + 2 + 3 Punkte)*

a) Die linearen Abbildungen $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ und $g : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^m$ seien durch eine Matrix A bzw. durch eine Matrix B gegeben. Zeigen Sie, dass $g \circ f$ durch die Matrix BA gegeben ist.

b) Es sei $s : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die die Spiegelung an der x-Achse beschreibt. Bestimmen Sie die Matrix von s.

c) Es sei $s_\beta : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die die Spiegelung an einer Geraden durch Null beschreibt, die mit der x-Achse den Winkel β einschließt. Bestimmen Sie die Matrix von s_β.

   Hinweis: Verwenden Sie Teil a), b) und eine geeignete Drehmatrix.

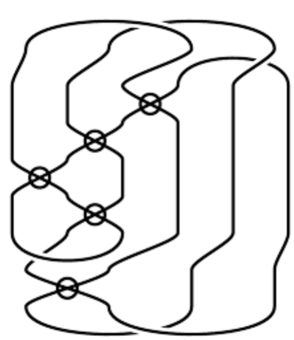
Aufgabe B2 *(3 + 3 Punkte)*

a) Ist $W := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^2$? Beweisen Sie Ihre Behauptung und skizzieren Sie W.

b) Zeigen Sie, dass $U := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x_1 = 2x_3,\ x_2 = 0\}$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^3$ ist. Bestimmen Sie die Dimension von U und begründen Sie ihre Behauptung.

   Hinweis: Definieren Sie eine geeignete lineare Abbildung, dessen Kern die Menge U ist.

Aufgabe B3 *(4 Punkte)* Bestimmen Sie die ungerade Selbstschnittzahl des folgenden virtuellen Knotens 4.104.



Sie können Ihr Ergebnis auf der Homepage von Jeremy Green nachprüfen.

Abgabe bis Mittwoch, den 24.01.2024 um 12 Uhr im Postkasten von Christian Vukadin