Universität Bielefeld
Prof. Dr. Barbara Gentz
Dr. Jason Uhing
Sommersemester 2025

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik ☺ Übung 01

Abgabe: bis Freitag, den 18.04.2025 um 11 Uhr

Hausaufgabe 1.1 [Bibliothek] *(6 Punkte)*
In einer Bibliothek mit 1000 Büchern, die von 1 bis 1000 durchnumeriert seien, ziehen Sie zufällig ein Buch aus einem Regal.

a Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, μ) an, der dieses Experiment beschreibt, indem Sie

- **i** den Ereignisraum Ω explizit angeben,
- **ii** die Abbildung μ explizit angeben und die von Ihnen gewählte Definition von μ begründen.

b Sie suchen mit Hilfe dieses Experiments das Buch mit der Nummer 667. Formulieren Sie in beiden Fällen die folgenden Ereignisse als Teilmengen des jeweiligen Ereignisraums:

$A:$ Sie finden das Buch.

$B:$ Sie finden das Buch nicht.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten beider Ereignisse.

Hausaufgabe 1.2 [Dreimal Glücksrad] *(6 Punkte)*
Wir drehen ein Glücksrad dreimal hintereinander. Dabei ist das Glücksrad in vier gleichgroße Viertel unterteilt, die jeweils mit 0,1,2 und 3 beschriftet sind.

a Geben Sie einen geeigneten Ereignisraum Ω für dieses Experiment an, der es erlaubt, die folgenden Fragen zu beantworten.

b Geben Sie eine für dieses Zufallsexperiment geeignete Wahrscheinlichkeitsfunktion μ an. Begründen Sie Ihre Wahl.

c Definieren Sie Ereignisse A, B und C als Teilmengen von Ω derart, daß

- **i** A das Ereignis ist, daß die zweite Drehung eine 3 ergibt;
- **ii** B das Ereignis ist, daß genau zwei der drei Drehungen eine gleiche Zahl ergeben und das Maximum aller Ergebnisse 1 ist;
- **iii** C das Ereignis ist, daß die Zahlen gemäß der Reihenfolge des Drehens eine echt aufsteigende Zahlenfolge bilden.

d Berechnen Sie $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$ und $\mathbb{P}(C)$ mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion μ.

Weitere Aufgaben auf der folgenden Seite

Hausaufgabe 1.3 [Mechanisches Türschloss] *(6 Punkte)*
Wir betrachten ein mechanisches Türschloss mit 9 Feldern, die wie eine Telefontastatur angelegt und beschriftet seien. Die zufällig gewählte Zahlenkombination, die das Schloss entriegelt, bestehe aus 2 verschiedenen Ziffern, die zum Entriegeln *gleichzeitig* gedrückt werden müssen.
Nun werden zufällig zwei verschiedene Ziffern gleichzeitig gedrückt.

a Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, μ) an, der dieses Experiment beschreibt, indem Sie

- **i** den Ereignisraum Ω explizit angeben,
- **ii** die Abbildung μ explizit angeben und die von Ihnen gewählte Definition von μ begründen,

und

b geben Sie eine Menge $A \subset \Omega$ an, die das Ereignis, die richtige Ziffernkombination zu treffen, beschreibt.

c Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit von A.

d Der Zahlencode zur Entriegelung wurde eingestellt, als das Schloss noch einwandfrei funktionierte. Aber nun ist die Tastatur alt und verschlissen. Es klemmt (oder fehlt) die Taste mit der Nummer 3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mit dem ersten Versuch die richtige Ziffernkombination treffen? Modellieren Sie diese Situation mit einem geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω', μ') und begründen Sie ihre Wahl.