

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik ☺ Übung 05

Abgabe: bis Freitag, den 23.05.2025 um 11 Uhr

Hausaufgabe 5.1 [Unabhängigkeit von Mengen] (6 Punkte)

Es sei $\Omega = \{0, 1\}^n$ und \mathbb{P} die Gleichverteilung auf Ω . Wir definieren

$$B_j := \{\omega \in \Omega \mid \omega_j = \omega_{j+1}\} \subseteq \Omega, \quad 1 \leq j \leq n-1$$

und

$$B_n := \{\omega \in \Omega \mid \omega_1 = \omega_n\} \subseteq \Omega.$$

Untersuchen Sie die Folge B_1, \dots, B_n auf Unabhängigkeit und paarweise Unabhängigkeit.

Hausaufgabe 5.2 [Multiple-Choice-Klausur] (6 Punkte)

Eine Klausur bestehe aus 32 Aufgaben, von denen jede entweder falsch oder richtig gelöst werden kann. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens $b := 16$ Fragen richtig beantwortet wurden. Wir nehmen an, dass Noa jede einzelne der Aufgaben, unabhängig von allen anderen Aufgaben, mit Wahrscheinlichkeit 60% richtig bearbeitet.

- a Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathbb{P}) an, um die folgenden Aufgabenteile bearbeiten zu können.
- b Geben Sie die folgenden Ereignisse A_k für $k \in \{0, 1, \dots, 32\}$ als Teilmengen von Ω an:

$$A_k = \{\text{Noa bearbeitet genau } k \text{ Aufgaben richtig}\}.$$

- c Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht Noa die Klausur?
- d Wir nehmen an, dass man die Note 2,3 erhält, wenn man mindestens 25 aller Aufgaben richtig beantwortet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht Noa mindestens die Note 2,3?
- e Die Strategie von Robin dagegen besteht darin, jede seiner Antworten durch den Wurf einer fairen Münze auszulösen. Wie muss die Grenze b zum Bestehen der Klausur abgeändert werden, damit Robin mit dieser Strategie mit einer Wahrscheinlichkeit von unter 10 Prozent die Klausur besteht?

Hausaufgabe 5.3 [Familie Winkel] (6 Punkte)

Familie Winkel will kochen und muss dafür dringend Räuchertofu kaufen. Alpha geht zur Bude um die Ecke, Beta zum Bioladen und Gamma klappert drei Discounter ab. Alpha schätzt, mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% Erfolg zu haben. Beta glaubt, den Tofu mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% zu bekommen. Gamma vermutet, dass in jedem Discounter die Wahrscheinlichkeit bei 20% liegt, dass Räuchertofu vorrätig ist.

- a Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathbb{P}) an, um die folgenden Aufgabenteile bearbeiten zu können.
- b Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat mindestens eine der drei Personen nachher eine Packung Räuchertofu?
- c Mit welcher Wahrscheinlichkeit geht höchstens eine der drei Personen auf ihrer Suche leer aus?