

## Operations Research ☺ Übung 12

### Aufgabe 23 (10 Punkte)

In einem Parlament sitzen 5 Parteien. Die Sitzverteilung sei wie folgt:

1	2	3	4	5
67	67	13	23	11

Eine Koalition gewinnt, falls Sie mehr als die Hälfte der Mandate auf sich vereinigen kann. Koalitionen, an denen die Parteien 5 und 2 oder 5 und 3 beteiligt sind, sind aus parteipolitischen Gründen ausgeschlossen. Eine Ausnahme bildet allerdings die große Koalition  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Berechnen Sie die Shapley-Werte der Parteien.

*Bemerkung: Das ist die Sitzverteilung der Landtagswahl 2010 in NRW.*

### Aufgabe 24 (10 Punkte)

In einem Spiel  $(N, \nu)$  definieren wir zu einer Permutation  $\sigma \in S_n$  ein Spiel  $(N, \nu^\sigma)$  durch

$$\nu^\sigma(S) := \nu(\sigma^{-1}(S)) \quad \forall S \subset N.$$

Weiter sei  $\sigma^* : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  gegeben durch

$$(\sigma^*(x))_{\sigma(k)} := x_k.$$

Eine Abbildung  $\Psi : \mathcal{P}_N \rightarrow \mathbb{R}^n$  hat die Eigenschaft *Anonymität*, falls für jedes  $\sigma \in S_n$  gilt:

$$\forall \nu \in \mathcal{P}_N : \Psi(\nu^\sigma) = \sigma^*(\Psi(\nu(i))).$$

- Zeigen Sie, dass aus Anonymität die Symmetrie-Eigenschaft folgt.
- Zeigen Sie, dass der Shapley-Wert die Eigenschaft Anonymität hat.