UNIVERSITÄT BIELEFELD

Fakultät für Mathematik
Dr. Jason Uhing

Bielefeld, 11.02.2025

1. Klausur Anwendungen der Mathematik

Wintersemester 2025/26

Allgemeine Hinweise:

- Tragen Sie unten lesbar Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
- Als Hilfsmittel sind erlaubt: Schreibzeug und Schmierpapier. Schalten Sie bitte Ihr Handy aus und packen Sie es weg.
- Bearbeitungszeit: 90 Minuten
- Lösen Sie die Aufgaben auf den Aufgabenblättern (inkl. Rückseiten). Benutzen Sie, wenn notwendig, die angehängten Zusatzblätter (Mit klarer Zuordnung zu den Aufgaben!).
- Begründen Sie Ihre Lösungen (außer bei Aufgabe 4). Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, es werden keine Punkte auf nackte Ergebnisse vergeben.
- Eine Lösung pro Aufgabe. Streichen Sie ungültige Lösungsversuche durch.

Name: _____

Matrikelnummer: _____

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Aufgabe 1 **(2 + 3 + 3 = 8 Punkte)**

Eine Bakterienkultur wächst pro Stunde um 50%.

(i) Zu Beginn seien K_0 Bakterien vorhanden. Wie groß muss K_0 sein, damit nach 3 Stunden 54 Bakterien vorhanden sind?

(ii) Nun seien zu Beginn 32 Bakterien vorhanden. Wie viele Stunden muss die Kultur mindestens wachsen, damit mehr als 243 Bakterien vorhanden sind? Geben Sie die Anzahl der Stunden als natürliche Zahl an.

(iii) Nun seien zu Beginn 27 Bakterien vorhanden. Wie hoch müsste die stündliche Wachstumsrate mindestens sein, damit nach 3 Stunden mindestens 125 Bakterien vorhanden sind? Geben Sie die Wachstumsrate als Bruch an.

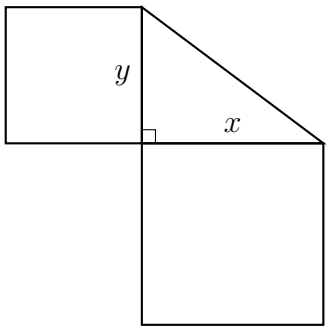
Aufgabe 2 **(8 Punkte)**

Bestimmen Sie die reelle Produktdarstellung von

$$x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 9x^2.$$

Aufgabe 3 **(3 + 3 + 2 = 8 Punkte)**

Wir betrachten eine Figur aus einem rechtwinkligen Dreieck und den Kathetenquadraten wie in folgender Skizze:



Dabei sei $r := x + y$ die Summe der Längen der Katheten.

(i) Bestimmen Sie die Fläche der Gesamtfigur als Funktion f der Seitenlänge x (mit Parameter r).

Hinweis: Alternativ können Sie in Aufgabenteil (ii) mit $f(x) = 2x^2 + 0,4rx + r^2$ *weiterrechnen.*

(ii) Bestimmen Sie die Scheitelpunktsform von f. Fassen Sie die Terme in Ihrem Ergebnis so weit wie möglich zusammen.

(iii) An welcher Stelle x wird die Fläche minimal? Warum wird die Fläche an dieser Stelle x minimal? Wie groß ist die Fläche an dieser Stelle?

Aufgabe 4 **(je richtige Antwort 1 Punkt = 8 Punkte)**

Kennzeichnen Sie durch Ankreuzen, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind:

☐ wahr
☐ falsch

Für $a \neq 0$ ist die Umkehrfunktion von $f(x) = ax + b$ gegeben durch $g(x) = \frac{x}{a} - \frac{b}{a}$.

☐ wahr
☐ falsch

$\exp_a(x)$ ist für $0 < a < 1$ streng monoton wachsend.

☐ wahr
☐ falsch

Der erste Schritt des Heron-Verfarens zum Startwert $x_0 = 1$ zur Approximation von $\sqrt{7}$ ergibt $x_1 = 4$.

☐ wahr
☐ falsch

Es gilt: $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^k = \frac{4}{5}$.

☐ wahr
☐ falsch

Es gibt $\binom{3}{2}$ Möglichkeiten 3 ununterscheidbare Kugeln an 2 verschiedene Personen zu verteilen.

☐ wahr
☐ falsch

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1 + n - n^2}{n^3 + 1} = 1$$

☐ wahr
☐ falsch

$$x^{\frac{7}{4}} = \sqrt[7]{x^4}$$

☐ wahr
☐ falsch

Gilt für zwei Ereignisse A und B mit $P(B) > 0$, dass $P(A|B) = P(A)$, so gilt auch $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Aufgabe 5 **(1 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1,5 + 1,5 = 8 Punkte)**

Vorgelegt sei die folgende Urliste eines quantitativen Merkmals:

$$1, \quad 3, \quad 2, \quad 6, \quad 3, \quad 2, \quad 4, \quad 3\,.$$

Berechnen Sie:

(i) Median,

(ii) 25% Quantil,

(iii) 70% Quantil,

(iv) Arithmetisches Mittel,

(v) Standardabweichung,

(vi) Medianabweichung.

Stellen Sie Ihr Vorgehen bei der Berechnung kurz dar (Rechnung mit einer Formel oder Erklärung des Ergebnisses).

Aufgabe 6 **(4 + 4 = 8 Punkte)**

Alpha und Omega arbeiten in einem Callcenter und beantworten Anfragen. Dabei nimmt Alpha 40% der Anrufe entgegen und Omega 60%. Alpha beantwortet 90% der Fragen richtig und 10% falsch. Omega beantwortet 80% richtig und 20% falsch. Wir wollen vereinfachend annehmen, dass pro Anruf genau eine Frage gestellt wird und dass sich die einzelnen Anrufe und Antworten nicht beeinflussen.

(i) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man eine richtige Antwort erhält.

Begründen Sie Ihre Rechnungen!

Geben Sie Ihr Ergebnis als $N\%$ an, wobei N eine natürliche Zahl ist.

(ii) Eine Person, die eine falsche Antwort erhalten hat, beschwert sich. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Frage von Omega beantwortet worden ist.

Begründen Sie Ihre Rechnungen!

Geben Sie Ihr Ergebnis als $N\%$ an, wobei N eine natürliche Zahl ist.