

2. Klausur Anwendungen der Mathematik**Wintersemester 2025/26****Allgemeine Hinweise:**

- Tragen Sie unten lesbar Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
- Als Hilfsmittel sind erlaubt: Schreibzeug und Schmierpapier. Schalten Sie bitte Ihr Handy aus und packen Sie es weg.
- Bearbeitungszeit: 90 Minuten
- Lösen Sie die Aufgaben auf den Aufgabenblättern (inkl. Rückseiten). Benutzen Sie, wenn notwendig, die angehängten Zusatzblätter (Mit klarer Zuordnung zu den Aufgaben!).
- Begründen Sie Ihre Lösungen (außer bei Aufgabe 4). Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, es werden keine Punkte auf nackte Ergebnisse vergeben.
- Eine Lösung pro Aufgabe. Streichen Sie ungültige Lösungsversuche durch.

Name: _____**Matrikelnummer:** _____

1	2	3	4	5	6		Σ

Aufgabe 1

(2 + 2 + 4 = 8 Punkte)

- (i) Ein radioaktive Probe aus Atomkernen schrumpft durch Zerfall pro Stunde um 30%. Zu Beginn seien 70 Atomkerne vorhanden. Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, mit der der radioaktive Zerfall beschreiben werden kann. Geben Sie insbesondere den Wachstumsfaktor an.
- (ii) Nach wie vielen Stunden t_0 ist in (i) nur noch ein Zehntel der Atomkerne vorhanden?
Geben Sie $t_0 = \dots$ als (mit einem Taschenrechner) ausrechenbare Formel an.
- (iii) Bei einem weiteren Zerfallsprozess wurden nach einer Stunde 10.000 Kerne und nach 4 Stunden 80 Kerne beobachtet. Bestimmen Sie die Anzahl der Atomkerne, die zu Beginn vorhanden waren sowie die Wachstumsrate (in Prozent) dieses Zerfallsprozesses.

Aufgabe 2**(8 Punkte)**

Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift $f(x)$ einer quadratischen Funktion in Normalform, für die gilt:

1. Die x -Koordinate des Scheitelpunktes von f ist 3.
2. Der Scheitelpunkt von f liegt auf der Geraden $g(x) = 1 - x$.
3. Die Nullstelle von g ist auch eine von f .

Aufgabe 3**(3 + 2 + 3 = 8 Punkte)**

1. Bestimmen Sie mit der Intervallhalbierungsmethode mit dem Startintervall $[1, 2]$ ein Intervall der Länge $\frac{1}{4}$, das $\sqrt{2}$ enthält.
2. Bestimmen mit dem Heron-Verfahren zum Startwert $x_0 = 2$ die ersten beiden Näherungen für $\sqrt{2}$.

Geben Sie die Näherungen dabei jeweils als Bruch an.

3. Berechnen Sie die Grenzwerte - falls sie existieren - von

$$a_n = \frac{1 + 3n - n^2}{5n^2 + 2}, \quad b_n = (-1)^n \frac{2n - 3}{3 - n^2}.$$

Falls die Grenzwerte nicht existieren, geben Sie jeweils Begründungen dafür an!

Falls die Grenzwerte existieren, fertigen Sie eine nachvollziehbare Rechnung an!

Aufgabe 4 (maximal ein Kreuz, je richtige Antwort 1 Punkt = 8 Punkte)

Kennzeichnen Sie durch Ankreuzen, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind:

wahr } Die Graphen von $f(x) = -x^2 - 1$ und $g(x) = x + 1$ haben einen
 falsch } Schnittpunkt.

wahr } Für $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\frac{4^{n+1}-1}{3} = 4^n + 4^{n-1} + \dots + 4^1 + 1$.
 falsch }

wahr } 6 ist ein Median der Urliste 2, 4, 5, 6, 6, 12.
 falsch }

wahr } Das 20%-Quantil der Liste 4, 5, 5, 6, 6, 12 ist 4.
 falsch }

wahr } Für $a, b, c > 1$ gilt: $\frac{\log_c b}{\log_c a} = y \Leftrightarrow a^y = b$.
 falsch }

wahr } Die Funktion $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $x \mapsto \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ist surjektiv.
 falsch }

wahr } Die Wahrscheinlichkeit im Zahlenlotto 5 aus 31 genau 3 richtige zu er-
 falsch } halten ist $\binom{5}{3} \binom{26}{2}$.

wahr } Eine Abbildung von A nach B ist eine Relation, für die gilt: jedes Ele-
 falsch } ment aus A steht in Relation zu höchstens einem Element aus B .

Aufgabe 5

(2 + 3 + 3 = 8 Punkte)

1. Ein Getränkeshändler unterbreitet folgendes Angebot: Man kann sich eine 8er-Kiste aus verschiedenen Getränkesorten nach Belieben selbst zusammenstellen. Dabei kann man zwischen Orangen-, Zitronen-, Mandarinen- und Apfelschorle wählen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Kiste zusammenzustellen?

Geben Sie das Ergebnis als natürliche Zahl an.

2. Gegeben seien die Ziffern 2,3,4,7,9.

- (a) Wie viele dreistellige Zahlen können daraus gebildet werden, wenn jede Ziffer höchstens einmal vorkommen darf?

Geben Sie das Ergebnis als natürliche Zahl an.

- (b) Wie viele der Zahlen aus (a) sind ungerade?

Geben Sie das Ergebnis als natürliche Zahl an.

3. Familie Winkel backt Kekse mit einer Walnuss als Topping je Keks. Gamma ist dafür zuständig die Nuss auf den fertigen Keksen zu drücken. Allerdings vergisst Gamma das bei jedem fünften Keks. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Keksen höchstens 2 keine Nuss haben?

Geben Sie das Ergebnis als berechenbare Formel an.

Aufgabe 6

(4 + 4 = 8 Punkte)

Ein Ersatzteil wird auf drei Maschinen gefertigt.

Maschine I liefert pro Tag 2000, Maschine II 5000 Stück und Maschine III 3000 Stück.

Bei Maschine I gibt es erfahrungsgemäß 2%, bei Maschine II 1% und bei Maschine III 3% Ausschuss.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewähltes Ersatzteil defekt?

Begründen Sie Ihre Rechnungen!

Geben Sie Ihr Ergebnis als dezimale Prozentzahl an!

2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein defektes Teil von Maschine III ?

Begründen Sie Ihre Rechnungen!

Geben Sie Ihr Ergebnis als dezimale Prozentzahl an!

