

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 02

Abgabe: bis Donnerstag, den 30.10.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 03 [Abbildungen]

Es seien $f : A \rightarrow B$ eine Abbildung, A_1, A_2 Teilmengen von A und B_1, B_2 Teilmengen von B . Das *Bild* $f(A_i)$ von $A_i, i \in \{1, 2\}$ unter f ist definiert durch

$$f(A_i) := \{f(a) \mid a \in A_i\}$$

und das *Urbild* $f^{-1}(B_i)$ von $B_i, i \in \{1, 2\}$ unter f durch

$$f^{-1}(B_i) := \{a \in A \mid f(a) \in B_i\}.$$

1 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x^2$. Bestimmen Sie für $A = [-3, 1]$ das Bild $f(A)$ und für $B = [-1, 1)$ das Urbild $f^{-1}(B)$.

2 Beweisen Sie die folgenden Behauptungen:

a $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$

b $f(A_1 \cap A_2) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$.

Zeigen Sie durch Angabe eines Beispiels, dass in **b** nicht immer Gleichheit gilt.

Hausaufgabe 04

Beschreiben Sie die folgenden funktionalen Zusammenhänge jeweils durch eine geeignete Funktion, indem Sie einen geeigneten Funktionsterm angeben. Führen Sie ggf. geeignete Parameter (z.B. Preis pro Einheit etc.) ein. Entscheiden Sie begründet, in welchen Fällen sich lineare, in welchen Fällen sich proportionale Zusammenhänge ergeben.

a Strompreis mit Grundpreis und Arbeitspreis in Abhängigkeit vom Verbrauch,

b Fläche eines gleichseitigen Dreiecks in Abhängigkeit von der Seitenlänge,

c Zeitdauer zum Zurücklegen einer vorgegebenen Strecke in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit,

d Preis in Abhängigkeit von der Warenmenge,

e Preis in Abhängigkeit von der Warenmenge, wenn ab einer gewissen Warenmenge ein Rabatt von 5% gegeben wird.

f Dauer einer Arbeit in Abhängigkeit von der Anzahl der Mitarbeitenden.