Aufgabe R03 [Glühbirnen]
Ein Hersteller produziert 100 Glühbirnen. Jede Birne fällt mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% aus. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

1 genau zwei Birnen ausfallen,

2 mindestens 98 Birnen nicht ausfallen.

kleines Omega

$\Omega = \{0,1\}^{100} \ni \underbrace{(0,1,1,0,\ldots,0,1)}_{100-\text{Tupel}} = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{100})$

$\omega_i = 1 :\Longleftrightarrow$ Glühbirne fällt aus

P(" genau 2 Birnen fallen aus") = P(" es treten genau 2 Einsen auf ") $\overset{VL}{=} b_{100;0{,}02}(2) \overset{(*)}{=}$

allgemein $b_{n,p}(k)$ = Wkeit, genau k Treffer mit Wkeit p beim n-fachen Münzwurf (gezinkte Münze mit p = Wkeit auf 1 zu landen) =

$\overset{VL}{=} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$(*) = \binom{100}{2} (0{,}02)^2 (0{,}98)^{98} = \frac{100!}{2!\underbrace{(100-2)!}_{=98!}} (0{,}02)^2 (0{,}98)^{98}$

$\overset{\text{kürzen}}{=} \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot (0{,}02)^2 (0{,}98)^{98}$

$\approx 0{,}273$ also etwa 27,3%

endliche Additivität von P

zu 2 P(" ≥ 98 fallen nicht aus ") = P(" ≤ 2 fallen aus ") = P(("0 fallen aus" oder "1 fällt aus" oder "2 fallen aus")) $\underset{\text{disjunkt}}{\overset{VL}{=}}$ P("0 fallen aus") + P("1 fällt aus") + P("2 fallen aus") = $b_{100;0{,}02}(0)$

disjunkt

„1 fällt aus") + P(„2 fallen aus") $= b_{100;0,02}(0)$

$+ b_{100;0,02}(1) + b_{100;0,02}(2) = \binom{100}{0}(0{,}02)^0(0{,}98)^{100}$

$+ \binom{100}{1}(0{,}02)^1(0{,}98)^{99} + \binom{100}{2}(0{,}02)^2(0{,}98)^{98}$

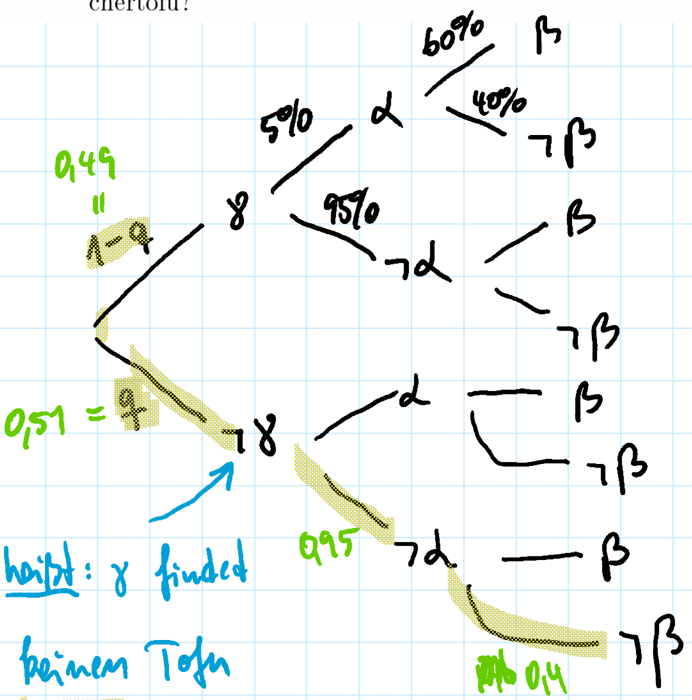
$\approx 0{,}676$ also etwa $67{,}6\,\%$

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!\,(n-0)!} = \frac{n!}{1!\,n!} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = \frac{n}{1!} = n$$

Aufgabe R04 [Familie Winkel]
Familie Winkel will kochen und muss dafür dringend Räuchertofu kaufen. Alpha geht zur Bude um die Ecke, Beta zum Bioladen und Gamma klappert drei Discounter ab. Alpha schätzt, mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% Erfolg zu haben. Beta glaubt, den Tofu mit einer Wahrscheinlichkeit von 60% zu bekommen. Gamma vermutet, dass in jedem Discounter die Wahrscheinlichkeit bei 20% liegt, dass Räuchertofu vorrätig ist.

1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat mindestens eine der drei Personen nachher eine Packung Räuchertofu?



heißt: γ findet keinen Tofu

Tofu gefunden

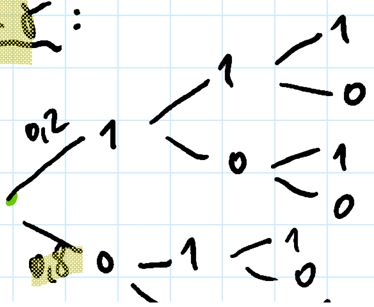
Wkeit für: γ genau k Treffer aus $n = 3$: $b_{3;0,2}(k)$

$= \binom{3}{k}(0{,}2)^k \cdot (0{,}8)^{3-k}$

Für $q = b_{3;0,20}(0) =$

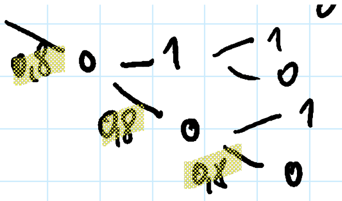
$= \binom{3}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^3 = 0{,}512$

zu γ:



Die Wkeit dass γ genau k-mal Tofu findet bei 3 Versuchen

$= b_{3;0,2}(k)$



$= b_{3;0{,}2}(k)$

$\Rightarrow q = (0{,}8)^3$

zu 1 $P(\text{"mind. der hat RT"}) = 1 - P(\neg(\text{"mindestens einer hat RT"})) = 1 - P(\underline{\text{"niemand hat RT"}})$

"$= \neg\gamma, \neg\alpha, \neg\beta$"

$= 1 - 0{,}51 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}4$

$\approx 0{,}19$ also etwa 19 %

alte Klausuraufgabe

Aufgabe R05 [Losbude]

An einer Losbude kann man 3 Sorten Lose kaufen. Die Lose sind jeweils in gleichen Mengen abgepackt. Die erste Sorte beinhaltet 30% Gewinne, die zweite Sorte 20% und die dritte Sorte 10%.

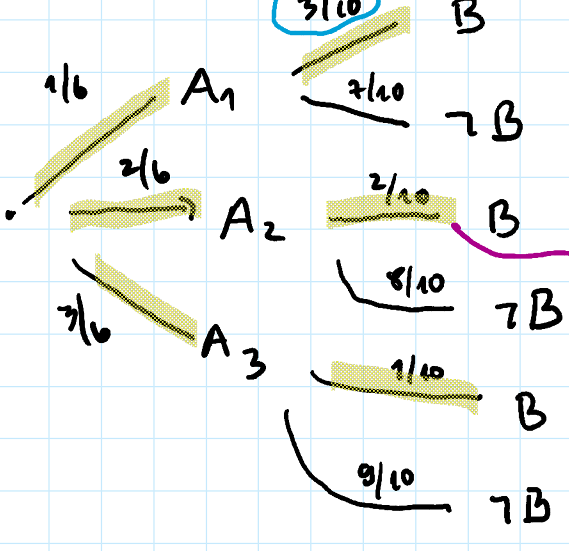
Der Losverkäufer mischt nun die Lose in einem Eimer und zwar folgendermaßen:
Eine Packung der ersten Sorte, zwei Packungen der zweiten Sorte und drei Packungen der dritten Sorte.

Familie Winkel kauft nun ein Los.

(i) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kauft Familie Winkel ein Gewinnlos? Begründen Sie Ihre Rechnung, indem Sie angeben, welchen Satz Sie wie anwenden.

$A_i :=$ Los Sorte i, $B :=$ Los gewinnt

$P(B|A_1)$



$\boxed{\text{S.v. d. totalen Wkeit}}$

$$P(B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

(ii) Familie Winkel hat ein Gewinnlos gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit war es ein Los von der zweiten Sorte ? Begründen Sie Ihre Rechnung, indem Sie angeben, welchen Satz Sie wie anwenden.

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2) \cdot P(A_2)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{10} \cdot \frac{2}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{24}{60} = \frac{4}{10}$$ also 40 %

$\boxed{\text{S.v. Bayes}}$

$\boxed{\text{S.v. Bayes}}$

$= \frac{24}{60} = \frac{4}{10}$ also 40%