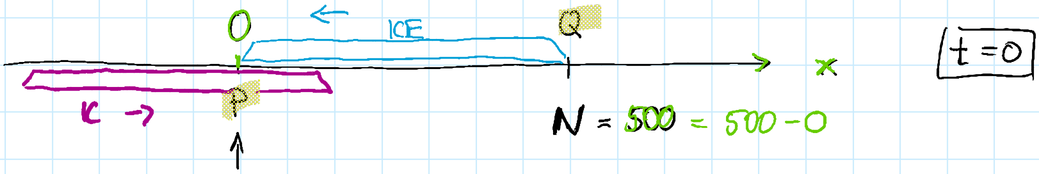
REP 05

Freitag, 30. Januar 2026 08:15

HA7b

b Sie sitzen in einem IC und schauen aus dem Fenster. Auf dem Nebengleis kommt ein 500 Meter langer ICE mit 200 km/h entgegen. Der IC fährt mit durchschnittlich 100 km/h. Wie lange sehen Sie den ICE an sich vorbei fahren?

Verwenden Sie in Ihrer Lösung Funktionen für Wegstrecke und Zeit der beiden Züge.



Mein Sitzplatz im IC, Punkt P bewegt sich nach rechts

Punkt P = Spitze des ICE

Q = Ende des ICEs, zurückgelegter Weg IC: $w_{IC}(t) = \overbrace{v_{IC}}^{=100} \cdot t$

also insbesondere $w_{IC}(0) = 0$

Zurückgelegter Weg ICE $w_{ICE}(t) = -\overbrace{v_{ICE}}^{=200} \cdot t + 500$

Zeitpunkt von P und Q ermitteln, durch Gleichsetzen:

(des Zusammentreffens) $w_{IC}(t) = w_{ICE}(t) \iff$

$\iff 100\,t = 500 - 200\,t \iff 300\,t = 500 \iff$

$\iff t = \dfrac{500\ [m]}{300\ [\frac{km}{h}]} = \dfrac{0{,}5\ [km]}{300\ [\frac{km}{h}]} = \dfrac{0{,}5}{300}\ [h] = \dfrac{0{,}5 \cdot 3600\ [s]}{300}$

$= 6\ [s]$

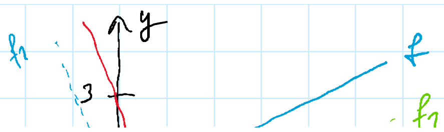
Also: nach 6 Sekunden treffen sich Q und P.

Hausaufgabe 08 [Geradengleichungen suchen] *(3 + 3 Punkte)*

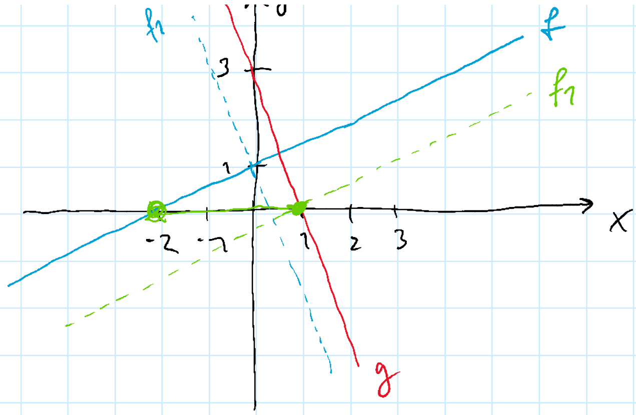
a Vorgelegt seien die Funktionen

$$f(x) = \tfrac{1}{2}x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = -3x + 3.$$

Finden Sie eine Folge von linearen Skalierungen, die mindestens EIN horizontales Verschieben enthält, so dass g gemäß dieser Folge aus f hervorgeht. Geben Sie die Funktionen zu den Skalierungen und wie diese auseinander hervorgehen wie in Einschub 2.10.6 vorgeführt an.



$\boxed{1}$ ohne horizontales Verschieben:



$\boxed{1}$ ohne horizontales Verschieben:

Ⓐ $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \longmapsto f_1(x) = -3x + 1$

$= f(-6x)$

$\frac{1}{2}x \xrightarrow{\cdot(-6)} -3x$

$= \frac{1}{2}(-6x) + 1$

$= -3x + 1$

ersetze $f(x)$ durch $f(-6x)$ und nenne es $f_1(x) := f(-6x) = \frac{1}{2}(-6x) + 1$

x-Streckung: $f(x) \xrightarrow{\text{ersetze durch}} f(cx)$

x-Verschiebung: $f(x) \rightsquigarrow f(x-c)$

y-Streckung: $f(x) \rightsquigarrow c\,f(x)$

y-Verschiebung: $f(x) \rightsquigarrow f(x) + c$

Ⓑ $f_1(x) = -3x + 1 \longmapsto f_2(x) = -3x + 3$

$1 \xrightarrow{+2} 3$

$f_2(x) := f_1(x) + 2 = -3x + 1 + 2$

$= -3x + 3 = g(x)$

$\boxed{2}$ Mit x-Verschiebung

$f(x) \longmapsto f_1(x) := f(x-3) = \frac{1}{2}(x-3) + 1 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (*)

wollen: um 3 nach rechts (sehe aus Skizze)

$f_1(x) \longmapsto f_2(x) := f_1(-6x) = \frac{1}{2}(-6x) - \frac{1}{2} = -3x - \frac{1}{2}$

wollen: Steigung von g „erzeugen"

$f_2(x) \longmapsto f_3(x) := f_2(x) + 3{,}5 = -3x - \frac{1}{2} + 3{,}5 = -3x + 3$

wollen y-Achsenabschnitt auf 3 bringen $= g(x)$ ✓

(*) einfacher:

$f_1(x) \longmapsto \tilde{f}_2(x) := (-6) \cdot f_1(x) = -3x + 3 = g(x)$ ✓

$\boxed{\text{PÜ 7}}$

1. $2^{\log_3(3^{\log_2(3x)})} = \log_2(4^{3x+1})$

2. …

1) $a^{\log_a(x)} = x$

1. $2^{\log_3(3^{\log_2(3x)})} = \log_2(4^{3x+1})$
2. $\log_{25}((x-1)^2) = \log_5(x-1)$
3. $\log_7\left(\frac{x^2}{2}\right) - \log_7\left(\frac{x}{2}\right) = \log_3\left(\frac{1}{2}x\right) + \log_3(2x)$
4. $\frac{6^{x-2}}{36^{x+1}} = 216$
5. $\ln(x - \sqrt{e}) = \frac{1}{2}$

1) $a^{\log_a(x)} = x$

2) $\log_a(a^x) = x$

3) $\log_a(b^x) = x \cdot \log_a(b)$

zu 1

$$2^{\log_3(3^{\log_2(3x)})} = \log_2(4^{3x+1})$$

$$\overset{2)}{\Leftrightarrow} \quad 2^{\log_2(3x)} = \log_2(4^{3x+1})$$

$$\overset{2)}{\Leftrightarrow} \quad 3x = \log_2(4^{3x+1}) \quad \in \mathbb{R}$$

$$\overset{3)}{\Leftrightarrow} \quad 3x = (3x+1)\,\log_2(4)$$

$\log_2(4) = 2$, denn $2^2 = 4$

$$\Leftrightarrow \quad 3x = (3x+1)\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x = 6x + 2$$

8 8=

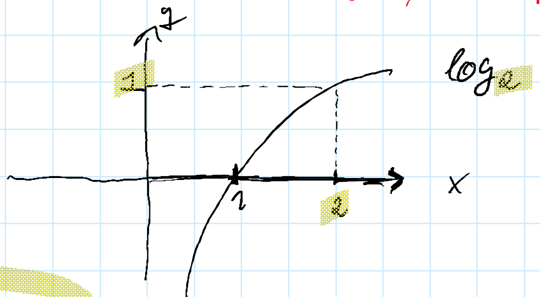
$$\Leftrightarrow \quad -2 = 3x \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{2}{3}$$

einsetzen

$\log_2(3(-\frac{2}{3})) = \log_2(-2)$

ist nicht definiert, denn $\log_a(y)$ nur für positive Werte y

definiert:



zu 2

$$\log_{25}((x-1)^2) = \log_5(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\cdot\log_{25}(x-1) = \log_5(x-1)$$

Idee Basen angleichen

4) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

$a=25$, $b=5$

$$\Leftrightarrow \quad 2\cdot\frac{\log_5(x-1)}{\underbrace{\log_5(25)}_{=2}} = \log_5(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \log_5(x-1) = \log_5(x-1)$$

Diese Gleichung ist wahr für jedes $x \in \mathbb{R}$ mit $x-1 > 0$

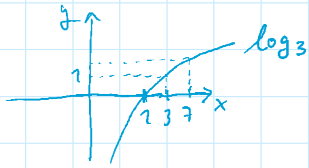
also für $x \in \mathbb{R}$ mit $x > 1$.

zu 3 $\quad \log_7\left(\frac{x^2}{2}\right) - \log_7\left(\frac{x}{2}\right) = \log_3\left(\frac{1}{2}x\right) + \log_3(2x)$

5) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

6) $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$

$\Leftrightarrow \quad \log_7 \underbrace{\frac{x^2/2}{x/2}}_{= \frac{x^2}{2} \cdot \frac{2}{x}} = \log_3\left(\frac{1}{2}x \cdot 2x\right)$



$\Leftrightarrow \quad \log_7(x) = \log_3(x^2)$

$\Leftrightarrow \quad \frac{\log_3(x)}{\log_3(7)} = 2\log_3(x) \quad \Leftrightarrow \quad \log_3(x) = \underbrace{2\log_3(7)}_{\neq 1} \cdot \log_3(x)$

Nur für $\log_3(x) = 0$ kann diese Gleichung wahr sein, also:

für $x = 1$ □

7) $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

zu 4 $\quad \frac{6^{x-2}}{36^{x+1}} = 216 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6^{x-2}}{(6^2)^{(x+1)}} = 216$

8) $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

8) $\Leftrightarrow \quad \frac{6^{x-2}}{6^{2(x+1)}} = 216$

7) $\Leftrightarrow \quad 6^{(x-2)-2(x+1)} = 216 \quad \Leftrightarrow \quad 6^{-x-4} = 216$

$\log_6(\ldots)$ $\Leftrightarrow \quad \log_6\left(6^{-x-4}\right) = \log_6(216) \qquad 6^3 = 216$

$\Leftrightarrow \quad -x-4 = 3$

$5^3 = 125$
$4^3 = 81$
$3^3 = 27$
$2^3 = 8$

$\Leftrightarrow \quad x = -7$

$4x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 12x$

$$4x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 12x$$

$$= x\,(4x^3 - 6x^2 - 22x + 12)$$

$$= (x-0)\,(\ \_\_\_\_\ \text{"}\ \_\_\_\_\ )$$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$$2x^4 - 8 = 2\,(\underbrace{x^4 - 4})$$

$$= (x^2 - 2)(\underbrace{x^2 + 2}_{>0})$$

$$= (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 2)$$

$$= 2(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 2)$$