Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 07

Abgabe: bis Donnerstag, den 04.12.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 13 [Produktdarstellung, Umkehrung quadratischer Funktionen] *(3 + 3 Punkte)*

1 Bestimmen Sie die reelle Produktdarstellung gemäß Bemerkung 3.7.5. der folgenden Polynomfunktionen.

(i) $4x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 12x$

(ii) $2x^4 - 8$

Spalten Sie dabei so viele Linearfaktoren wie möglich ab.

2 Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

Bestimmen Sie einen möglichst großen Definitionsbereich A von f, auf dem f umkehrbar ist. Bestimmen Sie dann den Wertebereich $f(A)$ und die Zuordnungsvorschrift der Umkehrfunktion.

Hausaufgabe 14 [Exponentialfunktion durch 2 Punkte] *(6 Punkte)*

Es seien

$$g(t) = c \cdot a^t$$

eine Exponentialfunktion und $(t_1, y_1), (t_2, y_2)$ zwei Punkte auf dem Graphen von g.

(i) Bestimmen Sie a und c als Funktion von t_1, t_2, y_1 und y_2.

(ii) Bestimmen Sie die Halbwertzeit als Funktion von t_1, t_2, y_1 und y_2.

Sie dürfen auch mit den Punkten $(t_1, y_1) = (\frac{7}{4}, 1.5)$ und $(t_2, y_2) = (\frac{3}{2}, 2)$ rechnen. *Dafür gibt es aber nur maximal 4 Punkte.*

Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 08

Abgabe: bis Donnerstag, den 11.12.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 15 [Radioaktiver Zerfall, Bevölkerungswachstum] *(3 + 3 Punkte)*

1 Bei radioaktivem Polonium zerfällt innerhalb von zehn Tagen jeweils 4,9 % der noch vorhandenen Masse. Sei $f(t)$ die zur Zeit t vorhandene Masse an radioaktivem Polonium. Zur Zeit $t = 0$ seien 50 mg Polonium vorhanden. Bestimmen Sie einen Funktionsterm für f und berechnen Sie die Menge Polonium nach 15 und nach 50 Tagen. Bestimmen Sie die Halbwertzeit. Nach wie vielen Tagen sind nur noch 5 mg Polonium vorhanden?

Hinweis: Für die Rechnungen können Sie zum Beispiel einen Taschenrechner verwenden. Sie können die Formeln aber auch „unausgerechnet“ stehen lassen, sofern eine Seite der Formel nur noch mit dem Taschenrechner auszurechnen wäre.

2 Besorgen Sie sich aus dem Internet die Bevölkerungszahlen je Jahr von Deutschland bis zum Jahr 2024. Beurteilen Sie, ob ab 1990 exponentielles Wachstum vorliegt. Berechnen Sie dazu in geeigneter Art die Wachstumsraten. Zur Definiton der Wachstumsrate zitieren Sie die entsprechende Stelle der Vorlesung.

Hinweis: Sie können auch einer KI diese Frage stellen. Die vorliegende Aufgabe dient dazu, zu versuchen, die Aussage der KI zu beurteilen.

Hausaufgabe 16 [Grenzwertsätze, Beschränktheit] *(3 + 3 Punkte)*

1 Die folgenden Folgen sind allesamt konvergent. Bestimmen Sie ihre Grenzwerte mit den Mitteln der Vorlesung. Geben Sie dazu in jedem Schritt genau an, welchen Satz bzw. welchen Unterpunkt eines Satzes Sie verwenden.

$$a_n = \frac{3n^2}{4n^2+1}, \quad b_n = \frac{n^3 - 3n^2 + 3n^7}{2n + 2n^7 + 3n^4 - 3n^7}, \quad c_n = \frac{\sin(n)n^3 + \cos(n)n^2 + 1}{\sum_{k=0}^{4} n^k}$$

2 Betrachten Sie die folgenden Folgen. Erstellen Sie zu jeder Folge eine Skizze vom Graphen dieser Folge. Begründen Sie: Ist die Folge konvergent? Ist die Folge beschränkt?

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$
$$b_n = \cos(\pi n)$$
$$c_n = \log_2(n+1).$$

Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 09

Abgabe: bis Donnerstag, den 18.12.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 17 [Springender Ball] *(3 + 3 Punkte)*

Ein Ball fällt aus einer Höhe von 150cm auf den Boden, springt hoch, fällt wieder, usw. Jedesmal ist die neue Höhe, die der Ball erreicht, 7/11 der alten.

1 Bestimmen Sie die Länge des Weges w, den der Ball insgesamt zurücklegt.

2 Bestimmen Sie, wie oft der Ball hochspringen muss, damit der bis dahin zurückgelegte Weg w_0 sich von w um höchstens 7 mm unterscheidet.

Hinweis: zu w_0 gehört auch noch das „letzte Fallen "

Hausaufgabe 18 [Approximation von Nullstellen] *(3 + 3 Punkte + 3 Bonuspunkte)*

Der Wert für $\sqrt{5}$ ist näherungsweise $2,236067977$.

1 Bestimmen Sie $\sqrt{5}$ näherungsweise mit Hilfe der Intervallhalbierungsmethode mit Startintervall $I_1 = [1,5]$. Führen Sie dazu 5 Schritte durch, d.h. bestimmen Sie das Intervall I_6.

Arbeitsanweisung: Rechnen Sie per Hand mit Brüchen!

2 Führen Sie drei Schritte des Heron-Verfahrens für $\sqrt{5}$ zum Startwert $x_0 = 1$ durch. Das heißt, bestimmen Sie x_1, x_2 und x_3.

Arbeitsanweisung: Rechnen Sie per Hand mit Brüchen!

3 Zeigen Sie folgende Aussagen für das Heron-Verfahren aus der Vorlesung:

(i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $x_n \geq \sqrt{a}$.

(ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $x_{n+1} \leq x_n$.