Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 10

Abgabe: bis Donnerstag, den 08.01.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 19 [Arithmetisches und geometrisches Mittel] *(3 Punkte)*
Es sei K ein Kapital, das über n Jahre jedes Jahr mit dem Zinssatz $p_j\%$, $p_j \in [0, 100]$, $j \in \{1, \ldots, n\}$ angelegt wird.
Es sei $\overline{x}_g$ das geometrische Mittel der Werte $x_j := 1 + \frac{p_j}{100}$, $j \in \{1, \ldots, n\}$.
Es sei $\overline{p}$ der durchschnittliche Zinssatz über n Jahre.
Zeigen Sie, dass $\overline{p} = (\overline{x}_g - 1) \cdot 100$ gilt.
Hinweis: Rechnen Sie „rückwärts“, indem Sie die behauptete Gleichheit zu einer wahren Aussage umstellen.

Hausaufgabe 20 [Kurse] *(9 Punkte)*
Bei einer Vergleichsklausur zweier Kurse wurden folgende Punkte erreicht:

Kurs I:	9, 23, 25, 31, 32, 33, 35, 35, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 41, 43, 43, 45, 47, 48, 48, 49, 51, 51, 54
Kurs II:	6, 15, 19, 23, 23, 25, 27, 29, 31, 31, 33, 39, 39, 39, 41, 42, 43, 43, 45, 45, 49, 54, 53, 55

Die beiden Ergebnisse sollen verglichen werden.

1 Bestimmen Sie

- Median, unteres und oberes Quartil
- arithmetisches, geometrisches und harmonisches Mittel
- Varianz

der Punktzahlen in beiden Kursen.

2 Zeichnen Sie zu beiden Stichproben (Kurs I, Kurs II) jeweils einen Boxplot (so wie in der Vorlesung definiert) in eine gemeinsame Skala. Begründen Sie anhand Ihrer Ergebnisse, welcher Kurs besser abgeschnitten hat.

3 Bestimmen Sie die Medianabweichung bei Kurs I.

4 Fassen Sie die Ergebnisse beider Kurse zu einer Stichprobe zusammen und stellen Sie die Daten in einem geeigneten Histogramm dar.

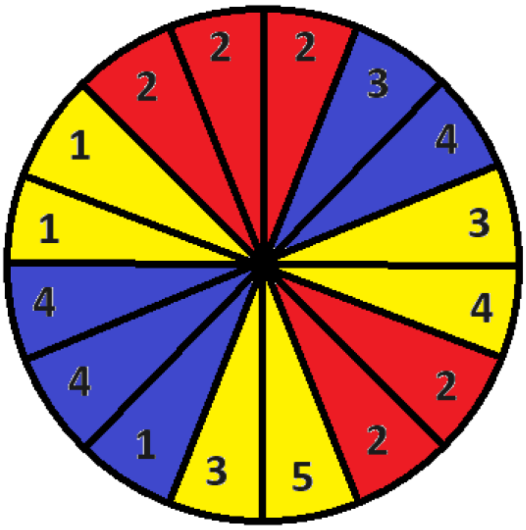
*Sie dürfen zur Unterstützung eine Tabellenkalkulation benutzen. Reichen sie ggf. die Dateien bei Ihren Tutor*innen mit ein.*

Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 11

Abgabe: bis Donnerstag, den 15.01.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 21 [Farbiges Glücksrad mit Zahlen] *(6 Punkte + 6 Bonuspunkte)*
Wir betrachten das Drehen des unten abgebildeten Glücksrades. Die abgebildeten Felder sollen allesamt die gleiche Größe haben.



1 Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum - also Ω und P - an, ...

(i) ... bei dem Ω aus 16 Elementen besteht.

(ii) ... bei dem Ω aus 8 Elementen besteht.

2 Geben Sie für beide Fälle 1(i) und 1(ii) das formale, mathematische Ereignis und die Wahrscheinlichkeit für der folgenden Ereignisse an:

(A) Das Glückrad zeigt auf ein blaues Feld.

(B) Das Glücksrad zeigt auf ein grünes Feld.

(C) Das Glücksrad zeigt auf die Zahl 2.

(D) Das Glücksrad zeigt auf die Zahl 4.

Hausaufgabe 22 [Glücksräder nach Münzwurf] *(10 Punkte → inklusive 4 Bonuspunkte)*
Wir betrachten eine faire Münze und zwei Glücksräder mit jeweils drei Segmenten der Farben schwarz, blau und grün. Bei dem ersten Rad sind 20% blau, 50% grün und 30% schwarz. Beim zweiten Rad sind 10% blau, 70% grün und 20% schwarz. Wir führen folgendes Experiment durch: zuerst wird die Münze geworfen. Falls Kopf fällt, wird das erste Rad einmal gedreht. Falls Zahl fällt, wird das zweite Rad einmal gedreht.

1 Geben Sie einen geeigneten Ergebnissraum Ω für dieses Experiment an.

2 Visualisieren Sie das Experiment mit einem Wahrscheinlichkeitsbaum mit Hilfe von Einschub 7.8.6. analog zu Beispiel 7.8.10. Definieren Sie die Ereignisse geeignet und geben Sie sie formal an (analog zu Beispiel 7.8.11.).

3 Geben Sie mit Hilfe von **2** die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse aus **1** an.

4 Es sei $C \subset \Omega$ das Ereignis, bei dem die Farbe grün auftaucht. Formulieren Sie C formal und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit von C.

5 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P($„Münzwurf ergibt Kopf“$\,|\,C)$.

Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 12

Abgabe: bis Donnerstag, den 22.01.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 23 [Kabelbruch] *(6 Punkte)*
Ein Elektrogerätehersteller bezieht für seine Produktion Kabel von drei verschiedenen Zuliefererfirmen A, B und C . Firma A liefert 25% , Firma B 30% und Firma C 45% der für die Produktion notwendigen Kabel. Alle Kabel werden im Lager zunächst zwischengelagert. Ferner ist bekannt, dass die von Firma A gelieferten Kabel zu 5% einen Kabelbruch aufweisen, die von Firma B zu 4% und die von Firma C zu 1%. Ein Kabel im Lager wird zufällig herausgegriffen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der das Kabel einen Kabelbruch aufweist und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein solches Kabel mit Kabelbruch von Firma C stammt.
Zitieren Sie bei den Berechnungen die entsprechenden Sätze der Vorlesung.

Hausaufgabe 24 [Ziehen ohne Reihenfolge mit Zurücklegen] *(6 Punkte)*
Aus einer Urne mit 3 Kugeln, die mit a, b bzw. c beschriftet sind, werden nacheinander mit Zurücklegen 2 Kugeln entnommen.

1 Welche (und wie viele) Ergebnisse kann dieses Experiment haben, wenn die gezogenen Buchstaben ohne Berücksichtigung der Reihenfolge interessieren?

2 Legen Sie eine Tabelle der folgenden Form

a	b	c	Ergebnis	Zeichenkette
$\times\times$			$a;a$	$\times\ \times \mid\mid$
$\times$	$\times$		$a;b$	$\times \mid \times \mid$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

an und füllen Sie sie für alle möglichen Ergebnisse entsprechend aus ($\times$ bedeutet: ist gezogen worden). Eine Zeichenkette entsteht, wenn man die Kreuze einschließlich der Trennstriche zwischen den Spalten für a, b und c notiert.

3 Wie viele Trennstriche gibt es bei einer Tabelle wie unter **2** bei n unterschiedlich beschrifteten Kugeln? Aus wie vielen Zeichen besteht jede Zeichenkette bei n Kugeln, von denen k Kugeln wie in **1** gezogen werden? Zeigen Sie damit, dass es bei der Ziehung von k Kugeln aus einer Urne mit n Kugeln mit Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge insgesamt

$$\binom{n+k-1}{k}$$

verschiedene Möglichkeiten gibt.

4 Ein Supermarkt bietet als Sonderangebot ein Kiste mit 12 Flaschen Fruchtsaft an, die man sich selbst aus verschiedenen Sorten beliebig zusammenstellen kann. Man kann zwischen den Sorten Apfel, Orange, Kirsch und Multivitamin wählen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

Universität Bielefeld
Dr. Jason Uhing
Wintersemester 2025/2026

Anwendungen der Mathematik ☺ Übung 13

Abgabe: bis Donnerstag, den 29.01.2025 um 14 Uhr

Hausaufgabe 25 [Kombinatorik] *(6 Punkte + 6 Bonuspunkte)*
Bestimmen Sie die gesuchten Anzahlen oder Wahrscheinlichkeiten:

1 Wie viele Möglichkeiten gibt es, aus 13 Personen einen Viererausschuss zu bilden?

2 Auf wie viele Arten kann man 8 Kinokarten auf 15 Kinder verteilen, wenn jedes Kind höchstens eine Karte bekommen soll?

3 Eine Krankheit kann durch 8 verschiedene Wirkstoffe bekämpft werden. Aus Kostengründen werden nur 5 dieser Wirkstoffe einer Salbe beigemischt. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

4 Von 7 angegebenen Lösungen einer Testfrage sind genau 3 richtig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden die richtigen erraten, wenn der Prüfling ohne jede Sachkenntnis 3 Antworten zufällig ankreuzt?

5 Wie viele Möglichkeiten gibt es 14 Bücher auf einem Regalbrett anzuordnen? Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn unter diesen Büchern acht Mathematik- und sechs Physikbücher sind und die Bücher thematisch gruppiert aufgestellt werden sollen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig Aufstellung der Bücher eine thematisch gruppierte Aufstellung ist?

6 An einem Wettlauf nehmen 25 Personen teil. Wie viele verschiedene Podestplatzierungen (d.h. die Platzierungen auf den Plätzen 1 bis 3) sind möglich?

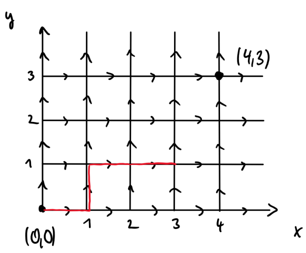
Stellen Sie jeweils dar, wie Sie die Antwort ermittelt haben (zum Beispiel welches Urnenmodell Sie wählen).

Hausaufgabe 26 [Nocheinmal würfeln] *(3 Punkte + 3 Punkte + 3 Bonuspunkte)*
Vorgelegt ist eine Münze, die mit Wahrscheinlichkeit p auf 1 und Wahrscheinlichkeit $1-p$ auf 0 fällt. Wir werfen 7 mal hintereinander.

1 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (bei 7 mal werfen), in den ersten 4 Versuchen 2 Einsen zu erhalten. Begründen Sie Ihr Ergebnis!

2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (bei 7 mal werfen), in den letzten 3 Versuchen 2 Einsen zu erhalten. Begründen Sie Ihr Ergebnis!

3 Wir betrachten das folgende 4×3 Gitter. Wir betrachten den Punkt $(0,0)$ des Gitters als Startpunkt für Wege, die wir wie folgt konstruieren: fällt die 1 gehen wir nach rechts, fällt die 0 gehen wir senkrecht nach oben. In folgendem Bild ist ein Weg der Länge 4 eingezeichnet.



Es sei A' das Ereignis nach 7 mal werfen im Punkt $(4,3)$ zu landen und B' das Ereignis, dass ein Weg, der sich aus 7 mal werfen ergibt, durch den Punkt $(2,2)$ verläuft. Berechnen Sie

$$P(B'|A').$$