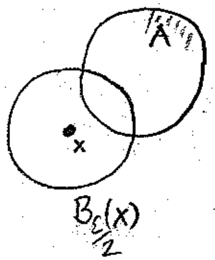
$\boxed{\text{Aufgabe 1}}$ a) <u>Beh</u> $A \subset X$ pk $\Rightarrow$ A beschränkt <u>Bew</u>: Wir zeigen: $\exists r > 0$: $A \subset B_r(x_1)$. Sei $x \in A$. Da A pk ist gibt es eine $\boxed{\text{zu } \varepsilon = 1}$ Überdeckung $A \subset \bigcup_{i=1}^{n} B_1(x_i)$ mit $x_1, \dots, x_n \in A$. Dann gilt $d(x, x_1) \leq d(x, x_j) + d(x_j, x_1)$

$\leq 1 + \max_{j=1..n} d(x_j, x_1) =: r$, also $x \in B_r(x_1)$. $\square$

b) <u>Beh</u>: $A \subset X$ pk $\Rightarrow$ $\overline{A}$ pk <u>Bew</u>: Sei $\varepsilon > 0$ und $\mathcal{U} := (B_{\varepsilon/2}(x_i))_{i=1..n}$ eine ÜB von A. Wir zeigen dass $(B_\varepsilon(x_i))_{i=1..n} \supset \overline{A}$. Sei dazu $x \in \overline{A}$,



dann gilt $B_{\varepsilon/2}(x) \cap A \neq \emptyset$. Sei also $y \in B_{\varepsilon/2}(x) \cap A$.

Da $\mathcal{U}$ ÜB von A ist gibt es $j \in 1..n$ mit $y \in B_{\varepsilon/2}(x_j)$,

Insgesamt $d(x, x_j) \leq d(x, y) + d(y, x_j) < \varepsilon/2 + \varepsilon/2 = \varepsilon$, also $x \in B_\varepsilon(x_j)$ $\square$

c) Beh: X vst. bzgl. d. $A \subset X$ pk $\Leftrightarrow$ $\bar{A}$ kompakt

Bew: „$\Rightarrow$" $\boxed{1}$ b) $\Rightarrow$ $\bar{A}$ pk. $\boxed{2}$ $\bar{A} \subset X$ abg. + X vst. $\Rightarrow$ $\bar{A}$ vst.

$\boxed{3}$ $\bar{A}$ pk + vst $\overset{1.31.}{\Rightarrow}$ $\bar{A}$ kp

„$\Leftarrow$" $\bar{A}$ kp $\Rightarrow$ $\bar{A}$ pk $\Rightarrow$ A pk $\square$