

### Aufgabe 3

$$\int p f g \, dp = \int ( \int f(y) \, dp(x,y) ) g(x) p(x)$$

$$= \int \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int f(y) e^{-\frac{(y-ax)^2}{2\sigma^2}} \, dy \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2}{1-a^2}}} e^{-\frac{x^2(1-a^2)}{2\sigma^2}} g(x) \, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{\sigma^2}{1-a^2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \iint f(y) g(x) e^{-\frac{(y-ax)^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{x^2(1-a^2)}{2\sigma^2}} \, dy \, dx$$

$$= \int f p g \, dp$$

Symmetrie in  $x, y$  und  $f, g$

↑  $z = ax$

$$y^2 + 2yax + a^2x^2 + x^2 - x^2a^2$$

$$= y^2 + 2axy + x^2$$