$\boxed{\text{Aufgabe 3}}$ Es sei $U = \{u \in \mathbb{R} \mid F \text{ in } u \text{ unstetig}\}$ und

$F: \mathbb{R} \to [0,1]$ und $F(u^-) := \lim_{x \to u^-} F(x)$, $F(u^+) := \lim_{x \to u^+} F(x)$.

Da $F$ unstetig in $u$ gilt $F(u^-) < F(u^+)$. Sei

$U_k := \{u \in U \mid F(u^+) - F(u^-) \geq 1/k\}$ $k \in \mathbb{N}$. Annahme $U_k$ hat

mindestens Elemente $u_1 < \dots < u_{k+1}$. Dann gilt $F(u_e^-) + \frac{1}{k} \leq F(u_e^+)$

$\overset{F \text{ monoton}}{\leq} F(u_{e+1}^-)$, also $F(u_{k+1}^+) \geq F(u_{k+1}^-) + \frac{1}{k}$ und

$F(u_{k+1}^-) \geq F(u_k^-) + \frac{1}{k} \geq F(u_{k-1}^-) + \frac{2}{k} \geq \dots \geq F(u_1^-) + \frac{k}{k}$

also $F(u_{k+1}^+) \geq F(u_1^-) + \frac{k}{k} + \frac{1}{k} > 1$. $\lightning$ Also hat

$U_k$ nur endlich viele Elemente ($k+1$ Stück sind schon zuviel)

also $U = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} U_k$ ist abzählbar.