

Aufgabe 1

11

$$i) \quad A = \bigcup_{(x_1, \dots, x_k) \in G} \{X_i = x_i \mid 1 \leq i \leq k\}$$

$$B = \bigcup_{(y_1, \dots, y_k) \in H} \{X_i = y_i \mid k+1 \leq i \leq 2N\}$$

$$A \cap B = \bigcup_{((x_1, \dots, x_k), (y_{k+1}, \dots, y_{2N})) \in G \times H}$$

$$\Rightarrow |A| = |G| \cdot 2^{2N-k}, \quad |B| = |H| \cdot 2^k, \quad |A \cap B| = |G| \cdot |H|$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{|G| \cdot |H|}{2^{2N}} = \frac{2^{2N-k} |G| \cdot 2^k |H|}{2^{2N} \cdot 2^{2N}} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{2^{2N}}$$

Aufgabe 1

[2]

Es ist $S_2 = 2$ oder $S_2 = -2$ dann $P(T_0 > 2n)$

nicht nur für $n \geq 1$. Sinner, dann folgt $S_2 \neq 0$.

$$P(T_0 > 2n) = P(S_2 = 2, S_{k+2} - S_2 \neq -2 \quad \forall 0 \leq k \leq 2n-2)$$

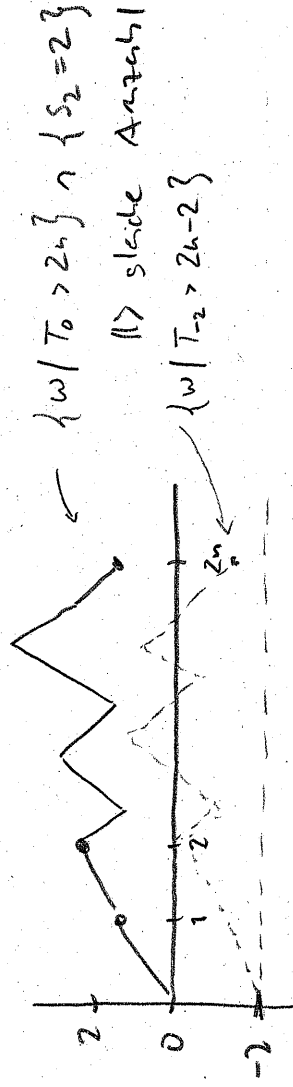
$$\Leftrightarrow S_2 \neq 0, S_3 \neq 0, \dots, S_{2n} \neq 0$$

$$+ P(S_2 = -2, S_{k+2} - S_2 \neq 2 \quad \forall 0 \leq k \leq 2n-2)$$

$$S_{k+2} - S_2 = X_1 + \dots + X_{k+2} - X_1 - X_2 = X_3 + \dots + X_{k+2}$$

$$= P(S_2 = 2) \cdot P(S_{k+2} - S_2 \neq -2 \quad \forall 0 \leq k \leq 2n-2)$$

$$+ P(S_2 = -2) \cdot P(S_{k+2} - S_2 \neq 2 \quad \forall 0 \leq k \leq 2n-2)$$



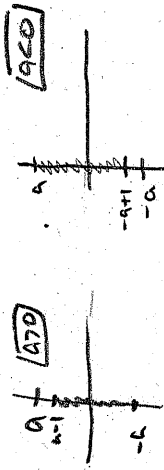
obige Zeichnung

$$P(S_2=2) \cdot P(T_2 > 2n-2) + P(S_2=-2) \cdot P(T_2 > 2n-2)$$

$$\frac{1}{4} \cdot (1 - P(T_2 \leq 2n-2)) + \frac{1}{4} (1 - P(T_2 \leq 2n-2))$$

$$= \frac{1}{4} (1 - P(S_{2n-2} \notin [-1, \dots, 2]) + 1 - P(S_{2n-2} \notin [-2, \dots, 1]))$$

↑



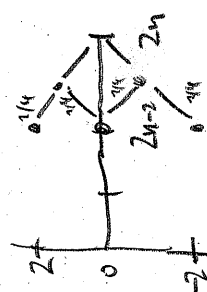
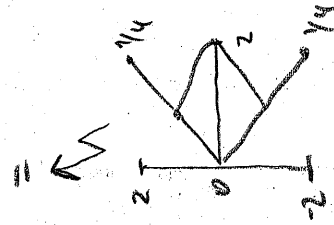
$$P(T_2 \leq 4) = P(S_2 \notin [-9, 9-n])$$

$$= \frac{1}{4} (P(S_{2n-2} \in \{-1, 0, 1, 2\}) + P(S_{2n-2} \in \{-2, -1, 0, 1\}))$$

$$= \frac{1}{4} (2P(S_{2n-2} = 0) + P(S_{2n-2} = 2) + P(S_{2n-2} = -2))$$

$$= \frac{1}{2} P(S_{2n-2} = 0) + \frac{1}{4} P(S_{2n-2} = -2) + \frac{1}{4} P(S_{2n-2} = 2)$$

$$= P(S_{2n} = 0)$$



4

$P(L=2n) = P(S_{2n}=0)$ und 0 wird in $2N-2n$ Schritten mit erreicht

wie oben
↓

$$= P(S_{2n}=0) \cdot P(S_{k+2n} - S_{2n} \neq 0) \quad \forall 0 \leq k \leq 2N-2n$$

s. oben
↓

$$= P(S_{2n}=0) \cdot P(T_0 > 2N-2n) \stackrel{(\text{iii})}{=} P(S_{2n}=0) \cdot P(S_{2N-2n}=0)$$

$$= \frac{1}{2^{2N}} \binom{2n}{n} \cdot \binom{2(N-n)}{N-n}$$

—

$P(S_{2n}=0) \triangleq$ genauso viele +1en wie -1en auf $2n$
 verteilten $\hat{=}$ Festlegen von $\frac{2n}{n} = n$ +1en
 legt die -1en auf fest.