

Aussage 4 $\mu_n = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{j^3 (\log j)^2} \varepsilon_j$

Zunächst gilt $E X^p = E h(X) = \sum_{x \in \mathbb{N}} h(x) \mu_n(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{j^p}{j^3 (\log j)^2} = \textcircled{A}$

1 $p \in (0, 2]$: $\Rightarrow 0 < p \leq 2 \Rightarrow -3 < p-3 \leq -1 \Rightarrow 3 > 3-p \geq 1$

$\Rightarrow \textcircled{A} \leq \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{j (\log j)^2} \leq \frac{1}{2} \int_2^{\infty} \frac{1}{x (\log x)^2} dx = \frac{1}{2} \int_{\ln 2}^{\infty} \frac{1}{e^y y^2} e^y dy = \frac{1}{2} \int_{\ln 2}^{\infty} \frac{1}{y^2} dy < \infty$

$y = \log x$
 $dy = \frac{1}{x} dx$

2 $p > 2$: $\Rightarrow p-2 > 0 \Rightarrow \frac{(\log j)^2}{j^{p-2}} = \frac{n^2}{(e \log n)^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$

denn $p-2 > 0 \Rightarrow (\log j)^2 \leq j^{p-2} \quad \forall j \geq j_0$

$\Rightarrow \textcircled{A} \geq \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{j^{p-2}} = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{j^n} = \infty$

3 $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ erfüllen Lindeberg-Bedingung, denn iid und $X_n \in \mathcal{L}^2$

[4] $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ erfüllen nicht Lipschitz-Bes. sehr wegen

$$X_n - EX_n \in \mathcal{L}^{d+2=p} \iff X_n \in \mathcal{L}^{d+2=p}$$

und [2] ist $X_n - EX_n \notin \mathcal{L}^{d+2=p}$, also

$$E |X_n - EX_n|^{2d=p} = \infty \quad \text{für jedes } n \in \mathbb{N}.$$